

Analyse vibratoire des machines tournantes

Les outils de traitement du signal

Chapitre 5

La fonction de transfert

► Introduction

Les mesures vibratoires ont pour objectif de caractériser et quantifier les forces internes à une machine.

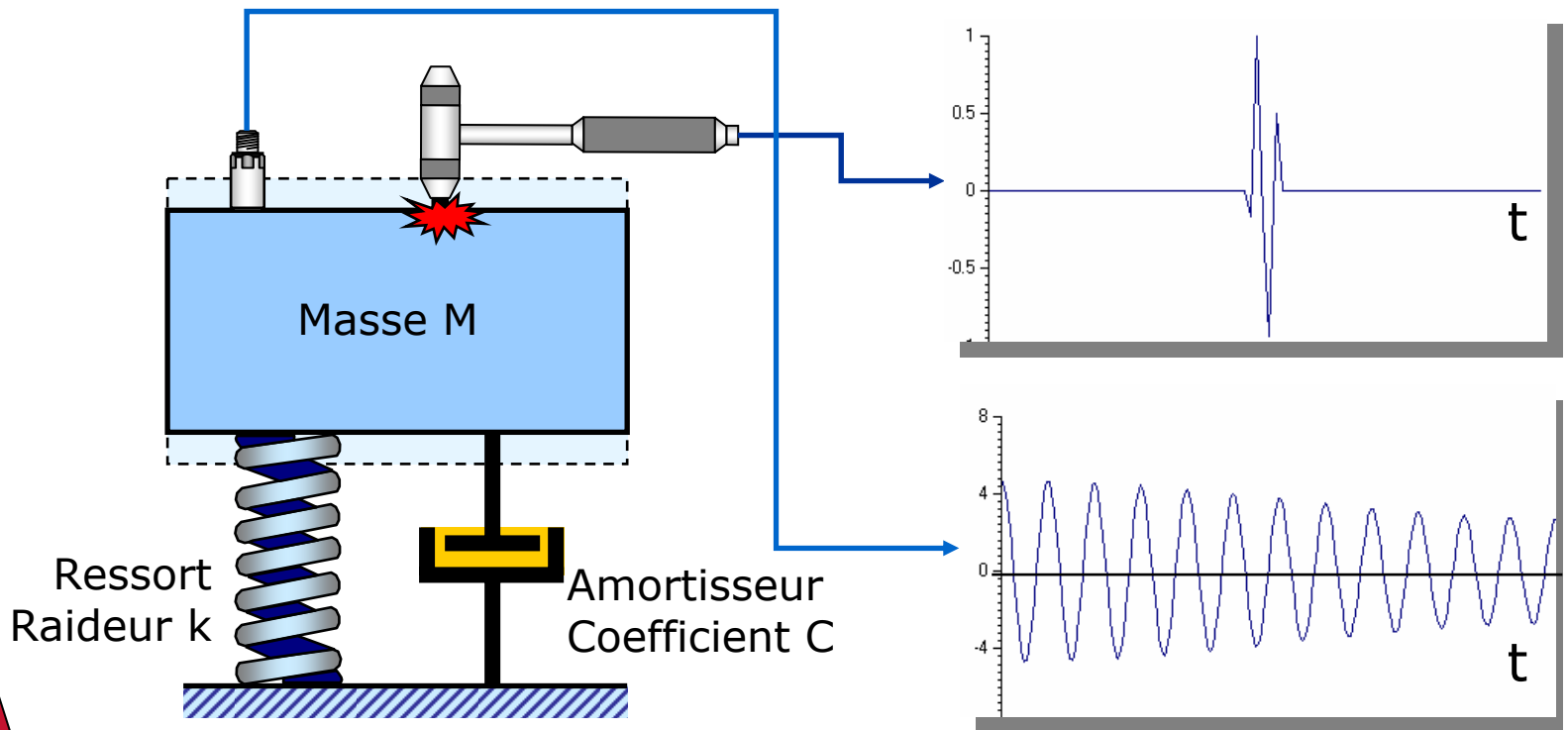
Afin d'être en mesure d'élaborer un diagnostic pertinent, il est nécessaire de prendre en compte l'influence de la structure sur les vibrations résultant de ces forces, c'est à dire la **fonction de transfert de la structure**.

Les illustrations de cette influence sont nombreuses :

- ◆ Différences de niveaux selon les directions de mesure
- ◆ Différences de comportement d'une machine selon son montage (installation d'essai ou définitive).

La fonction de transfert

- ▶ Vibrations libres d'un système masse-ressort-amortisseur



La fonction de transfert

- ▶ Vibrations libres d'un système masse-ressort-amortisseur
La fréquence du mouvement vibratoire sinusoïdal est indépendante du choc : c'est la **fréquence propre** du système, c'est à dire sa fréquence de vibration « naturelle ».

$$F_p = \frac{\sqrt{k}}{2 \cdot \pi \cdot \sqrt{M}}$$

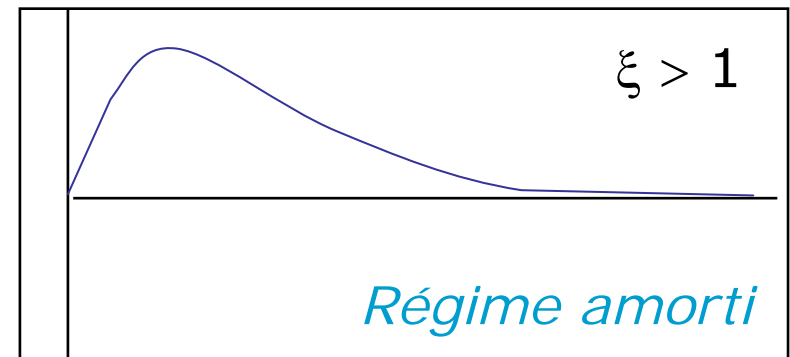
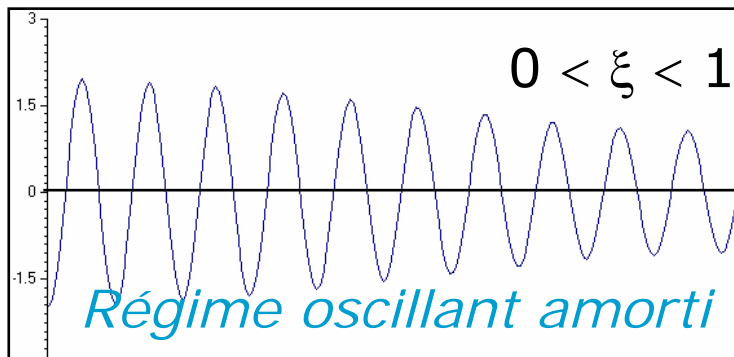
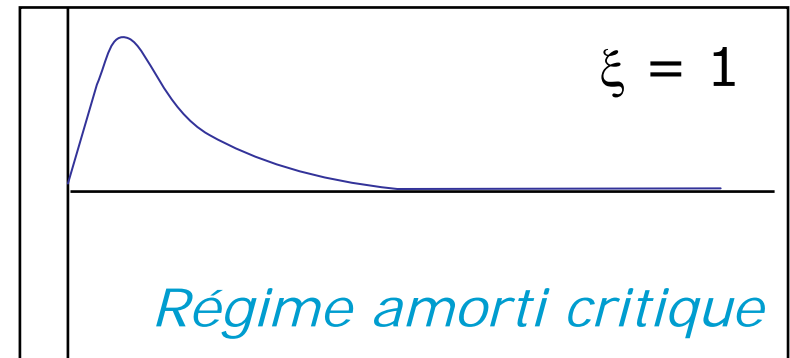
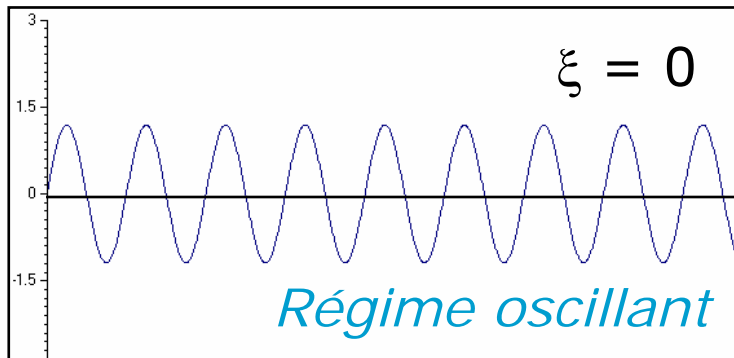
Remarque : Le système masse-ressort est dit « **à un degré de liberté** » : Il ne peut se déplacer que selon un axe donné.

Le **facteur d'amortissement** est défini par :

$$\xi = \frac{C}{2 \cdot \sqrt{k} \cdot \sqrt{M}}$$

La fonction de transfert

- ▶ Vibrations libres d'un système masse-ressort-amortisseur
Allures de la réponse en fonction du facteur d'amortissement

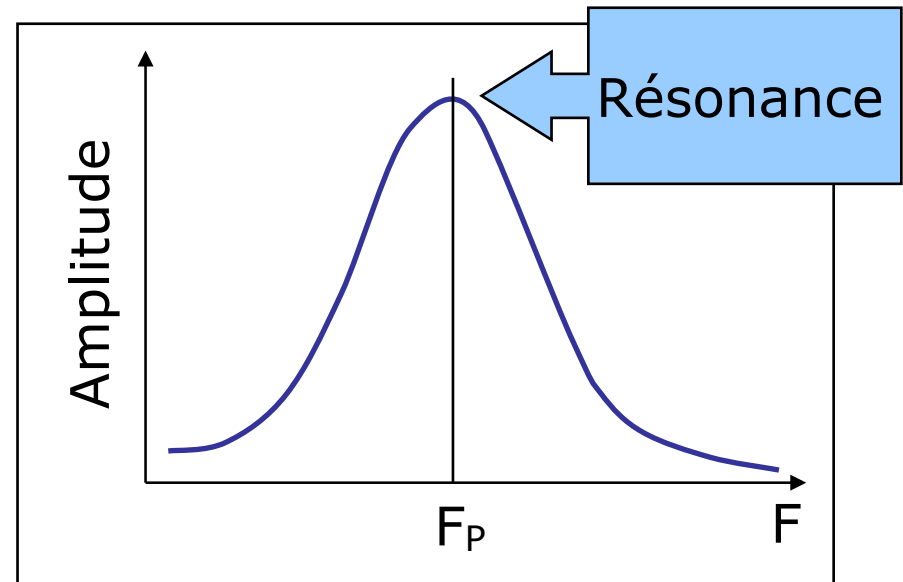


La fonction de transfert

► Vibrations forcées : Phénomènes de résonance

Une force d'excitation F est imposée au système (par exemple une force de balourd).

Lorsque F devient proche de F_p , l'amplitude des vibrations augmente : C'est le phénomène de **résonance**



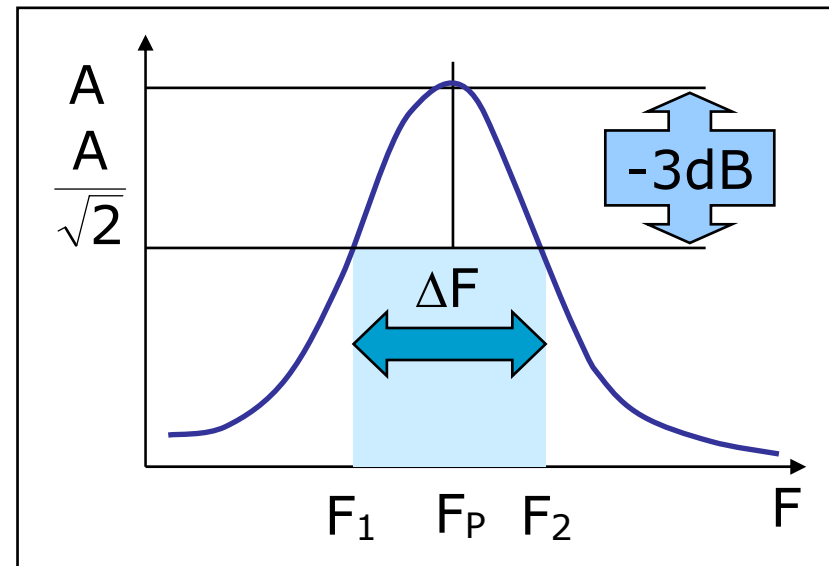
La résonance est donc une amplification des amplitudes vibratoires due à la coïncidence de la fréquence d'excitation avec la fréquence propre de la structure.

La fonction de transfert

► Vibrations forcées : Phénomènes de résonance

L'amortissement a pour effet de réduire le phénomène de résonance.

Il peut être caractérisé par la largeur de bande à -3dB par rapport à la résonance :



$$\xi = \frac{\Delta F}{2 \cdot F_p}$$

ΔF : Largeur de bande à -3 dB

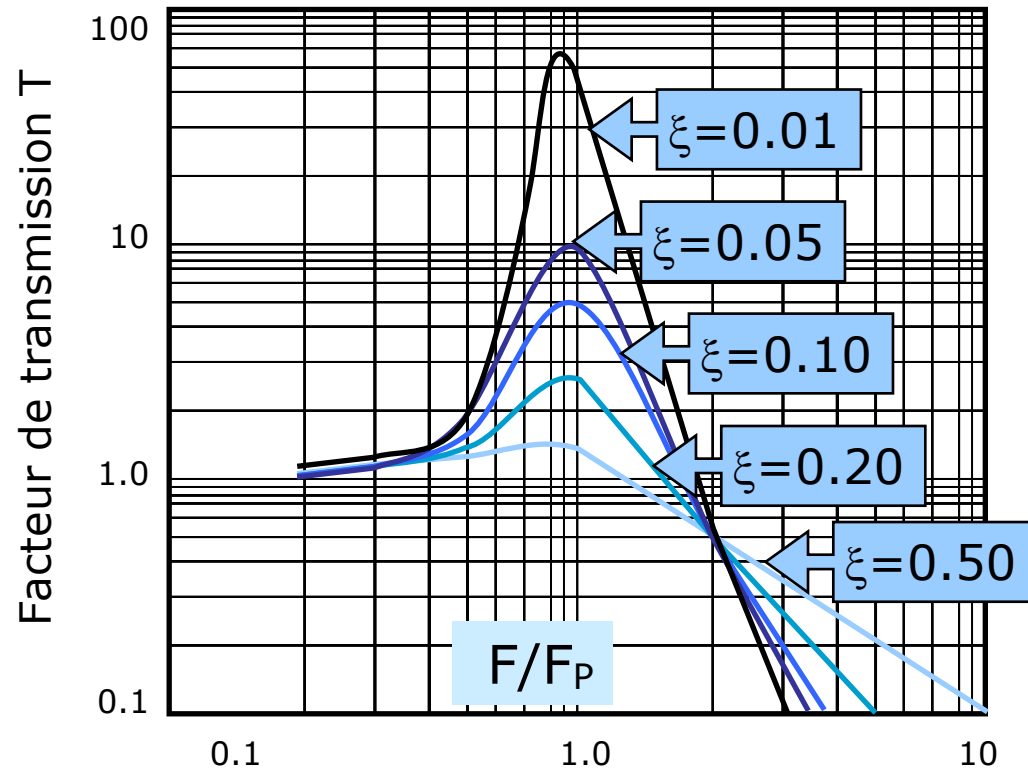
La fonction de transfert

► Vibrations forcées : Phénomènes de résonance

On peut alors tracer l'allure du **facteur de transmission T** de la structure en fonction de la fréquence d'excitation et pour différentes valeurs de l'amortissement.

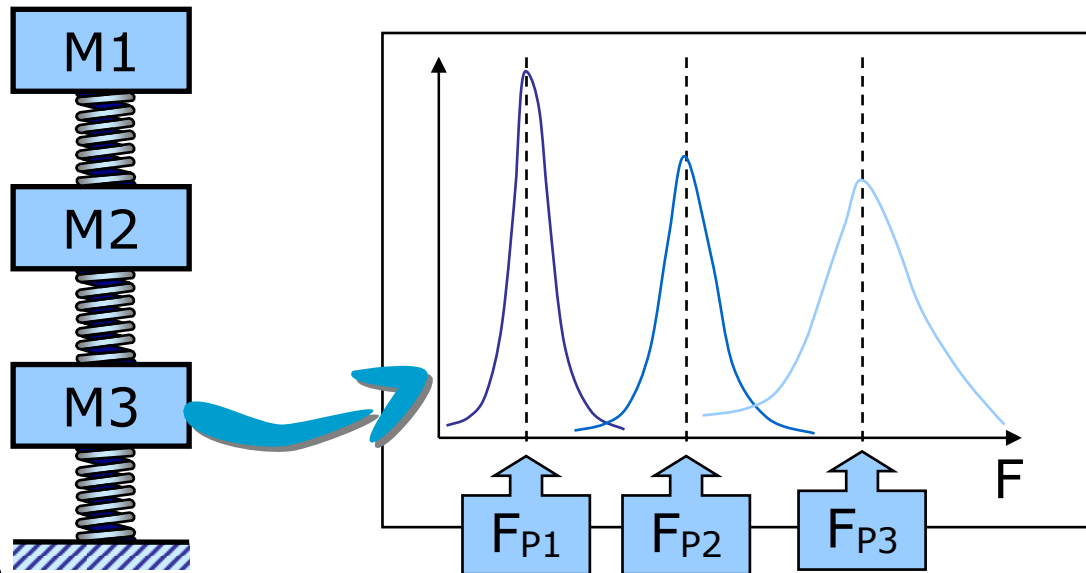
On définit aussi le **facteur de surtension** :

$$Q = \frac{F_p}{\Delta F}$$



La fonction de transfert

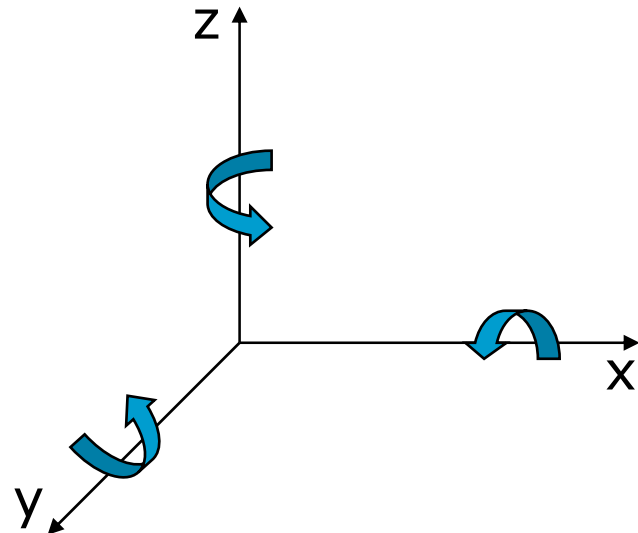
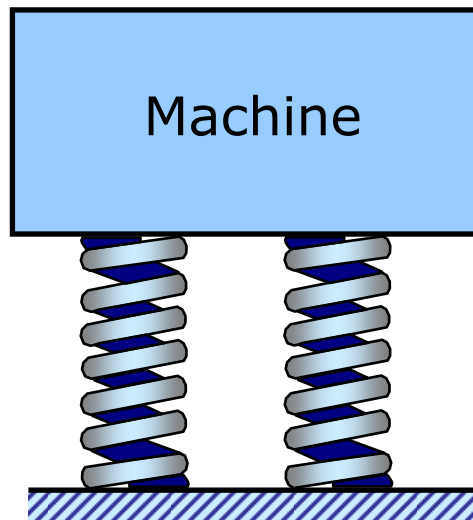
- Systèmes à N degrés de liberté : Introduction
 La plupart des systèmes ont en réalité un grand nombre N degrés de libertés (translations et rotations) :
 Ils présentent en conséquence N fréquences propres.



Exemple d'un système à 3 degrés de liberté.

La fonction de transfert

- ▶ Systèmes à N degrés de liberté : Exemple
 Une machine suspendue sur plots anti-vibratoires présente 6 degrés de liberté : 3 translations et 3 rotations.
 L'ensemble présente donc 6 fréquences propres.



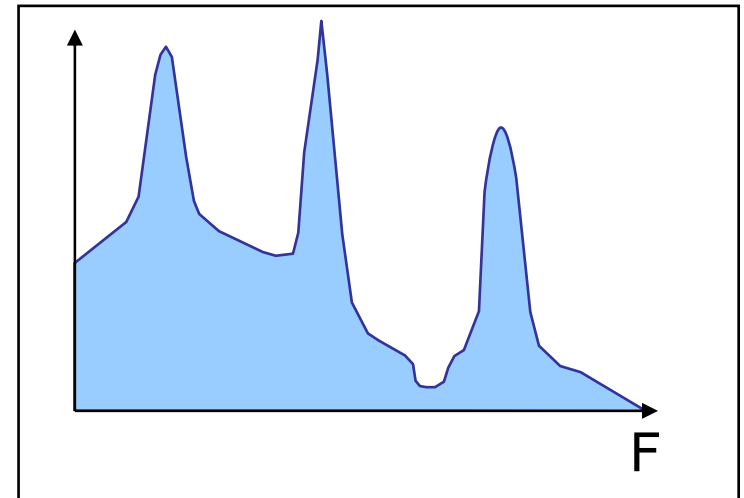
La fonction de transfert

► Systèmes continus : Introduction

Les systèmes physiques réels sont déformables. Les déformations sont des mouvements vibratoires caractérisés par une fréquence propre. Ces mouvements sont appelés **modes propres**.

Les possibilités de déformation étant infinies, ces systèmes possèdent une infinité de fréquences et de modes propres.

La fonction de transfert à donc l'aspect d'une fonction continue de la fréquence.



La fonction de transfert

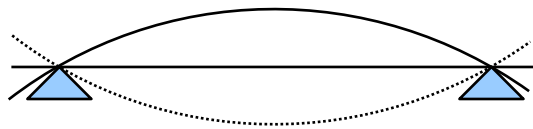
- ▶ Systèmes continus : Les conditions aux limites
Les **conditions aux limites** caractérisent les liaisons du système avec son environnement :
 - ◆ Libre
 - ◆ Appui
 - ◆ Encastrement

Elles modifient les valeurs des fréquences propres et la forme des modes propres de la structure.

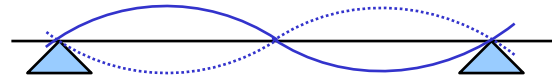
Les fréquences et modes propres d'éléments simples (poutre, plaque) sont donnés dans des tableaux en fonctions de conditions aux limites définies.

La fonction de transfert

- ▶ Systèmes continus : Les conditions aux limites
Exemples de modes d'une poutre en flexion



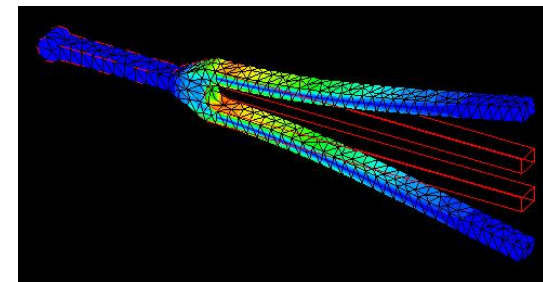
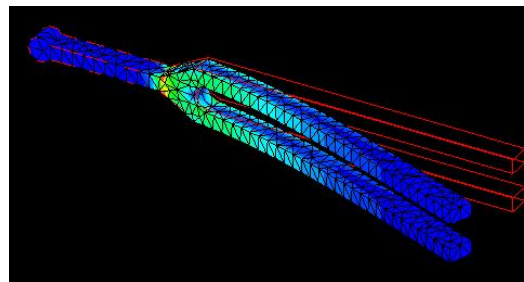
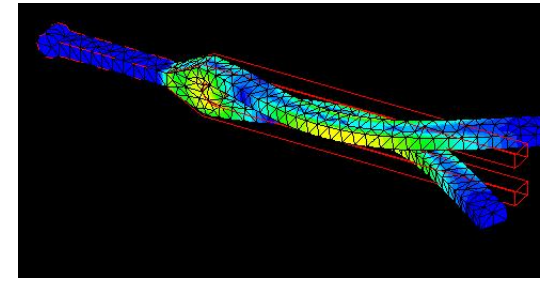
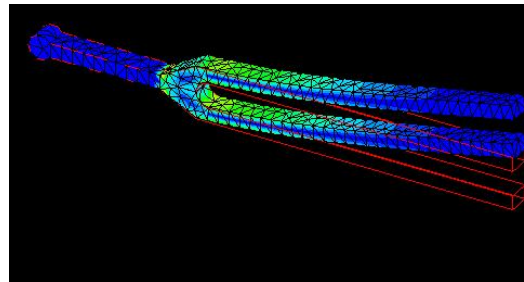
1^{er} mode



2^{ème} mode



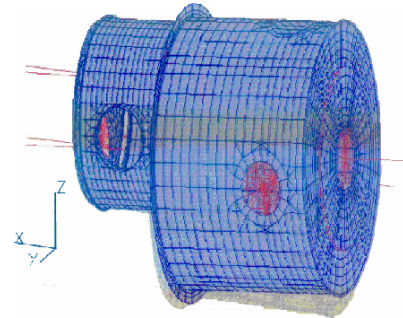
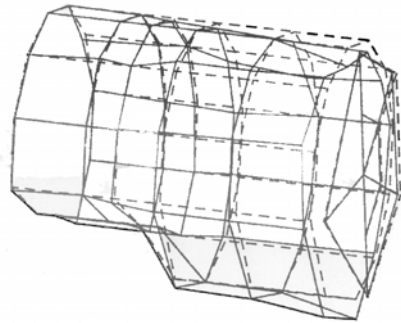
3^{ème} mode



La fonction de transfert

- ▶ Systèmes continus : La détermination des modes propres
Les fréquences et modes propres d'une structure peuvent être déterminés :

- ➔ Par le calcul : Méthode des éléments finis

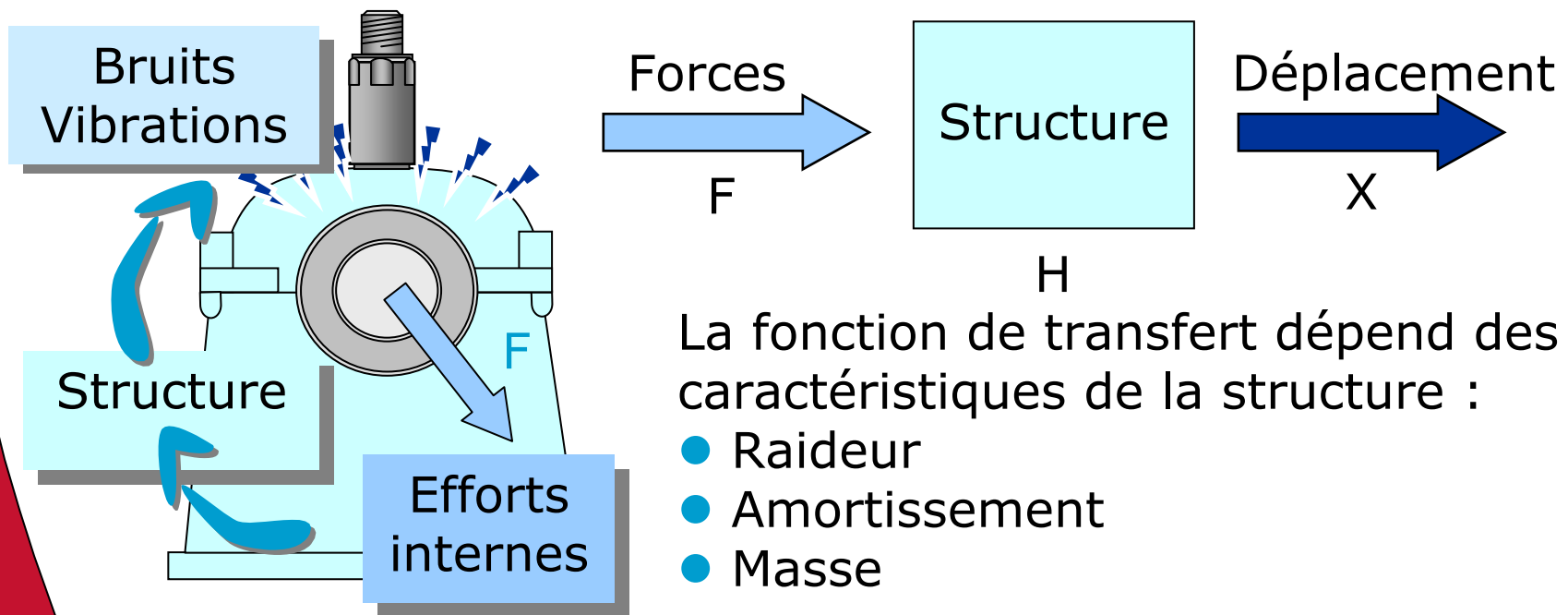


- ➔ Par la mesure : Méthode de la réponse impulsionnelle (voir ci-après)

La fonction de transfert

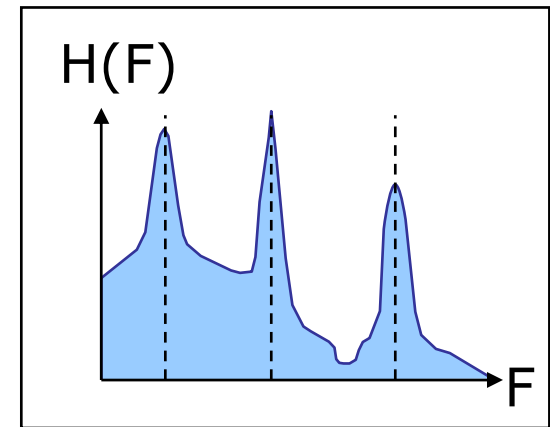
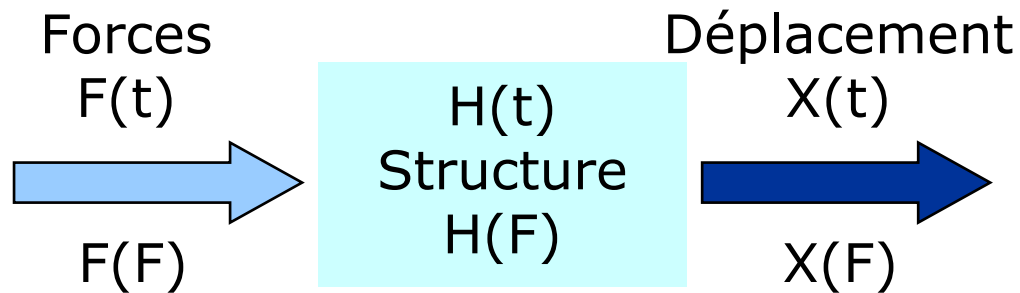
► Réponse dynamique des structures : Introduction

La structure est caractérisée par sa **fonction de transfert**, reliant le déplacement engendré à la force exercée.



La fonction de transfert

► Réponse dynamique des structures



$$X(F) = H(F) \cdot F(F)$$

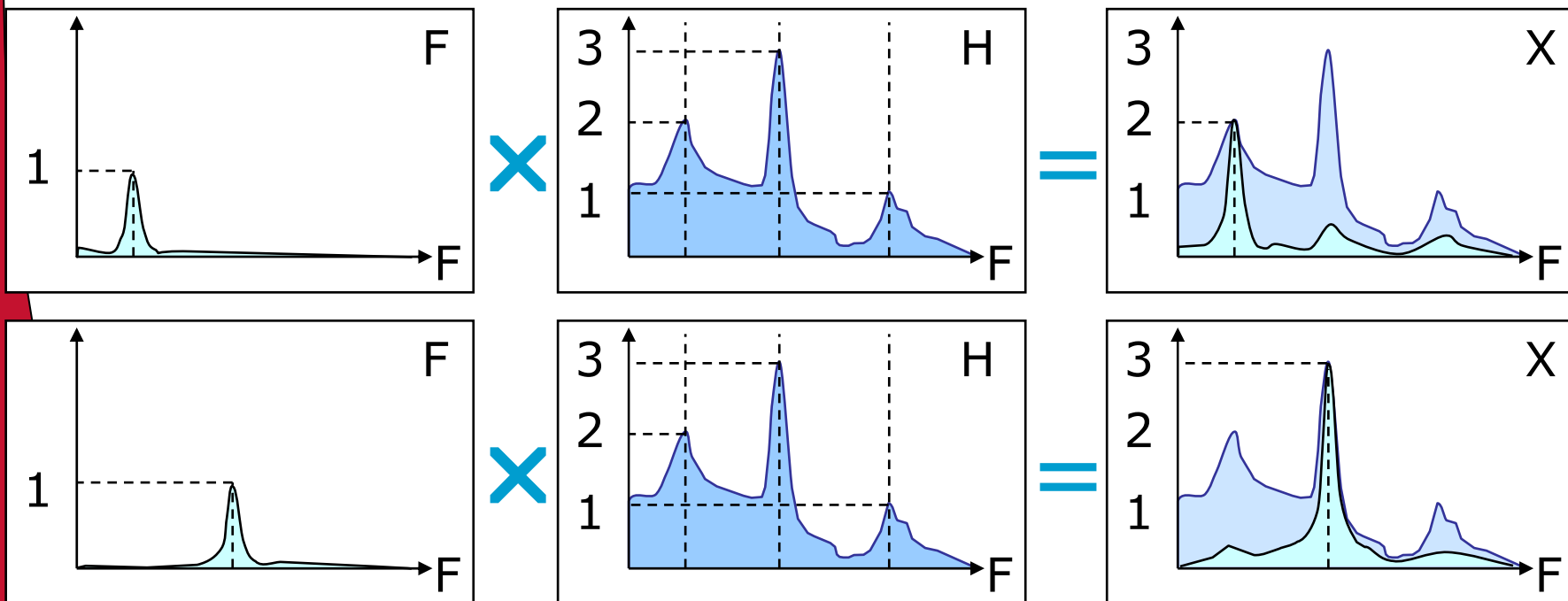
Produit simple dans le domaine fréquentiel

$$X(t) = H(t) * F(t) = \int_{-\infty}^{\infty} F(\tau) \cdot H(t-\tau) \cdot d\tau$$

Produit de convolution dans le domaine temporel

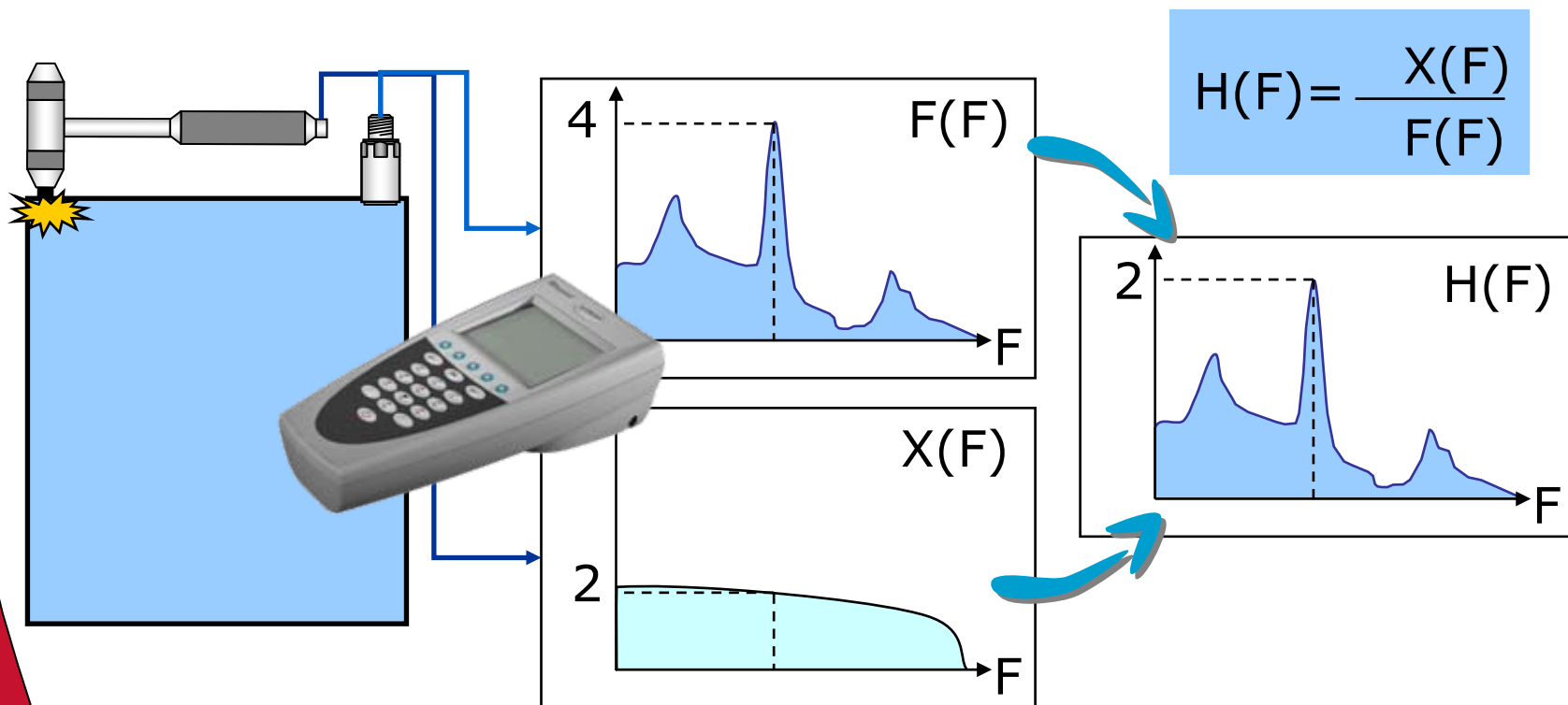
La fonction de transfert

- ▶ Réponse dynamique des structures : Incidence sur le diagnostic



La fonction de transfert

- Mesure de la fonction de transfert

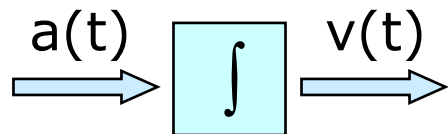


L'intégrateur

► Définition

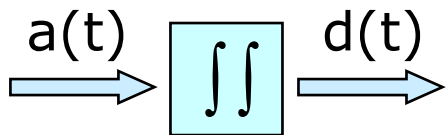
Il s'agit de l'opérateur mathématique qui permet le passage :

➔ Accélération en Vitesse : **Simple** intégration



$$v(t) = \int a(t) dt$$

➔ Accélération en Déplacement : **Double** intégration



$$d(t) = \iint a(t) dt$$

Cette fonction est intégrée sur la plupart des appareils de mesure vibratoire, sous la forme d'un circuit électronique analogique ou numérique.

L'intégrateur

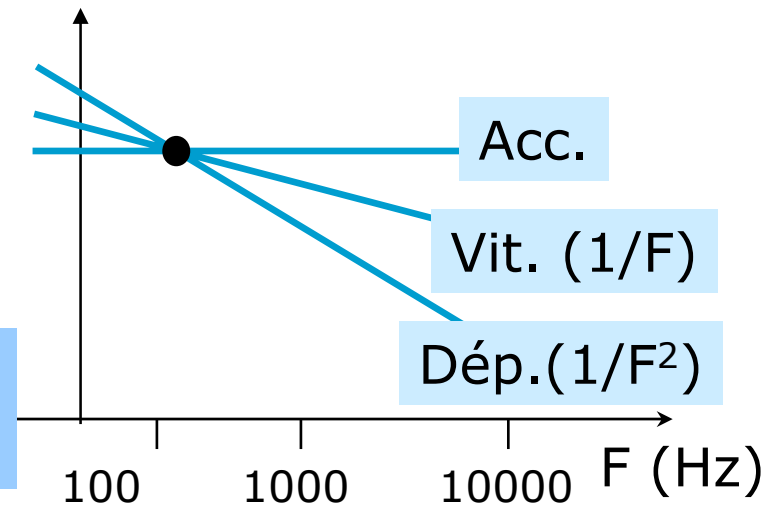
► Cas d'un signal sinusoïdal

Dans ce cas, l'intégration s'écrit de manière simple :

$$a(t) = A \cdot \sin(2 \cdot \pi \cdot F \cdot t)$$

$$v(t) = \int a(t) dt = \frac{A}{2 \cdot \pi \cdot F} \cdot \cos(2 \cdot \pi \cdot F \cdot t)$$

$$d(t) = \iint a(t) dt = -\frac{A}{4 \cdot \pi^2 \cdot F^2} \cdot \sin(2 \cdot \pi \cdot F \cdot t)$$



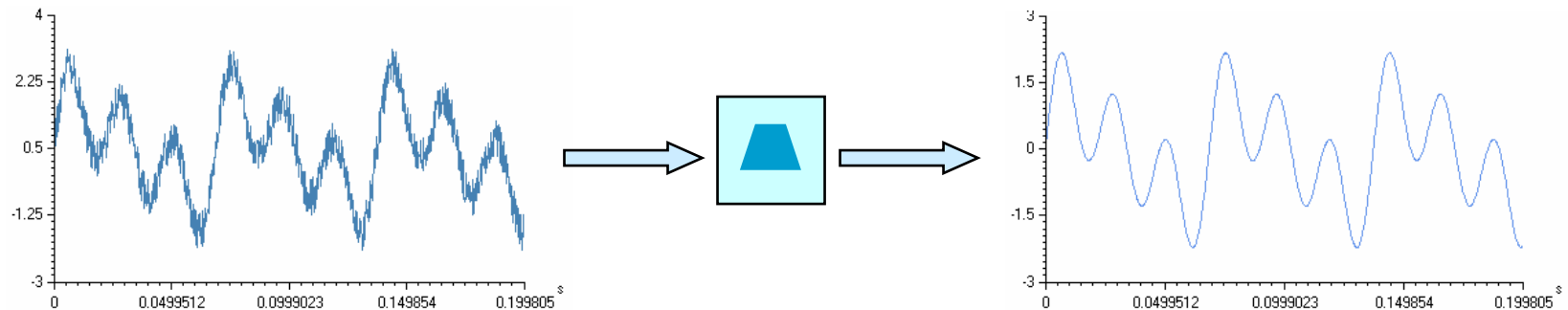
L'influence de la grandeur de mesurage utilisée sur l'interprétation et le diagnostic a été étudiée précédemment.

Le Filtrage

► Introduction

Le filtrage est une opération dont l'objectif est de mettre en évidence **l'information utile** contenue dans le signal.

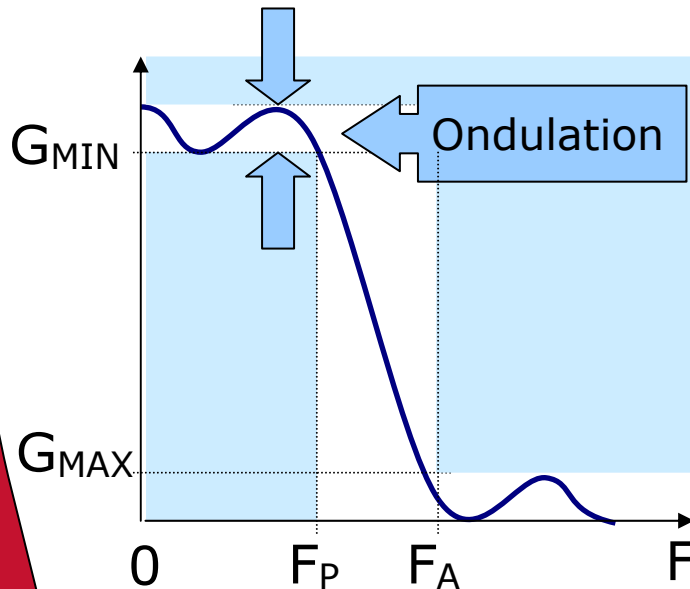
Exemple : Elimination du bruit (« parasites »)



Le Filtrage

- Le Filtre Passe-Bas (Low-Pass filter) : Introduction

Le **gabarit** du filtre est défini par les paramètres suivants :



G_{MIN} : Gain mini en bande passante

G_{MAX} : Gain maxi en bande atténuée

F_P : Fréquence de la bande **passante**

F_A : Fréquence de la bande **atténuée**

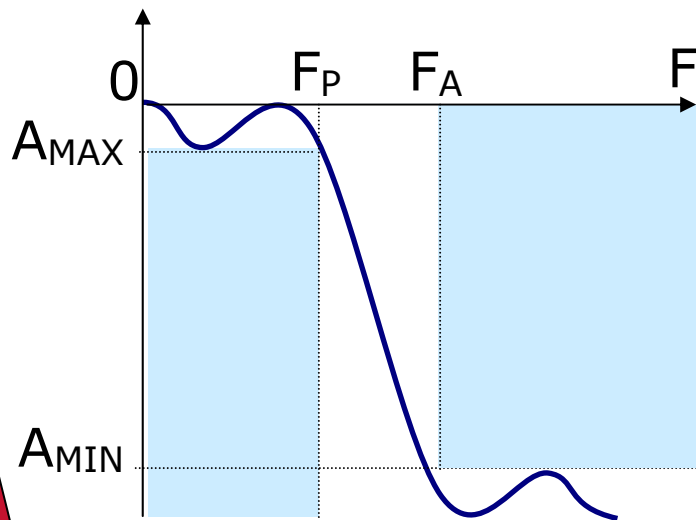
K : **Sélectivité** :

$$K = \frac{F_P}{F_A} < 1$$

Exemple d'application :
Filtre anti-repliement

Le Filtrage

- ▶ Le Filtre Passe-Bas (Low-Pass filter) : Détermination
Le **gabarit** du filtre est souvent en fonction de l'**atténuation** :



A_{MAX} : Atténuation maxi en bande passante

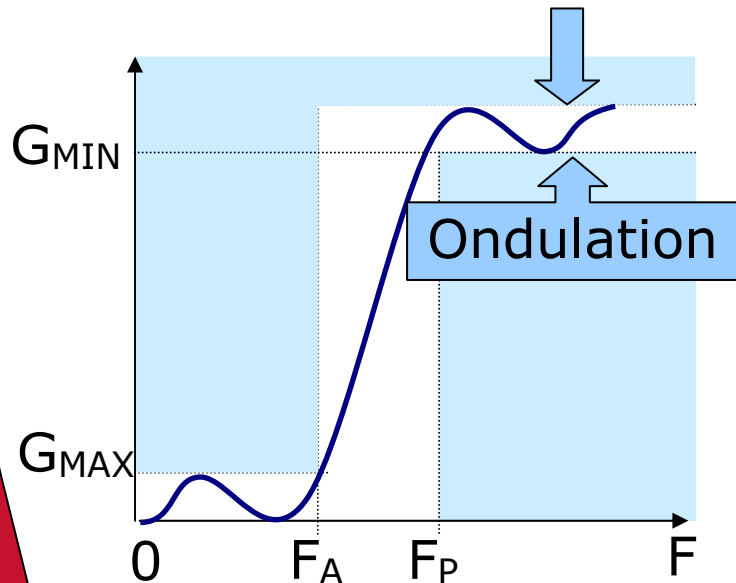
A_{MIN} : Atténuation mini en bande atténuée

Des abaques permettent alors de déterminer les caractéristiques du filtre

Le Filtrage

- ▶ Le Filtre Passe-Haut (High-Pass filter) : Introduction

Le **gabarit** du filtre est défini par les paramètres suivants :



G_{MIN} : Gain mini en bande passante

G_{MAX} : Gain maxi en bande atténuée

F_P : Fréquence de la bande **passante**

F_A : Fréquence de la bande **atténuée**

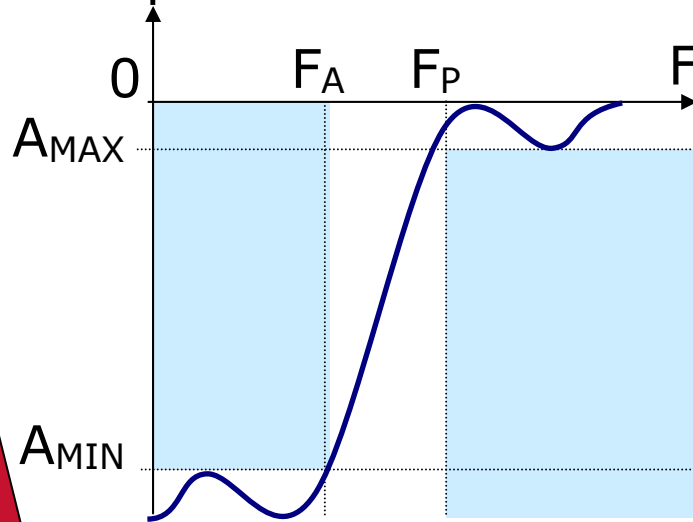
K : **Sélectivité** :

$$K = \frac{F_P}{F_A} < 1$$

Exemple d'application : Suppression de composante continue

Le Filtrage

- ▶ Le Filtre Passe-Haut (High-Pass filter) : Détermination
Le **gabarit** du filtre est souvent en fonction de l'**atténuation** requise :

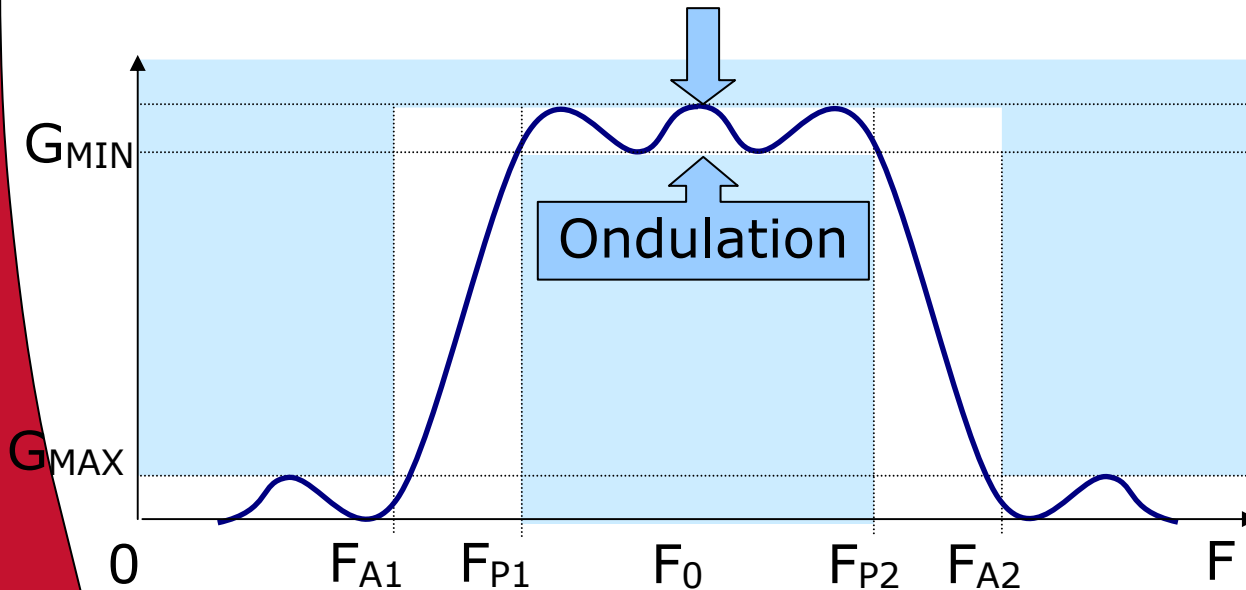


A_{MAX} : Atténuation maxi en bande passante
 A_{MIN} : Atténuation mini en bande atténuée

Des abaques permettent alors de déterminer les caractéristiques du filtre

Le Filtrage

- ▶ Le Filtre Passe-Bande (Band Pass filter) : Introduction
Le **gabarit** du filtre est défini par les paramètres suivants :



La sélectivité est :

$$K = \frac{F_{p2} - F_{p1}}{F_{A2} - F_{A1}} < 1$$

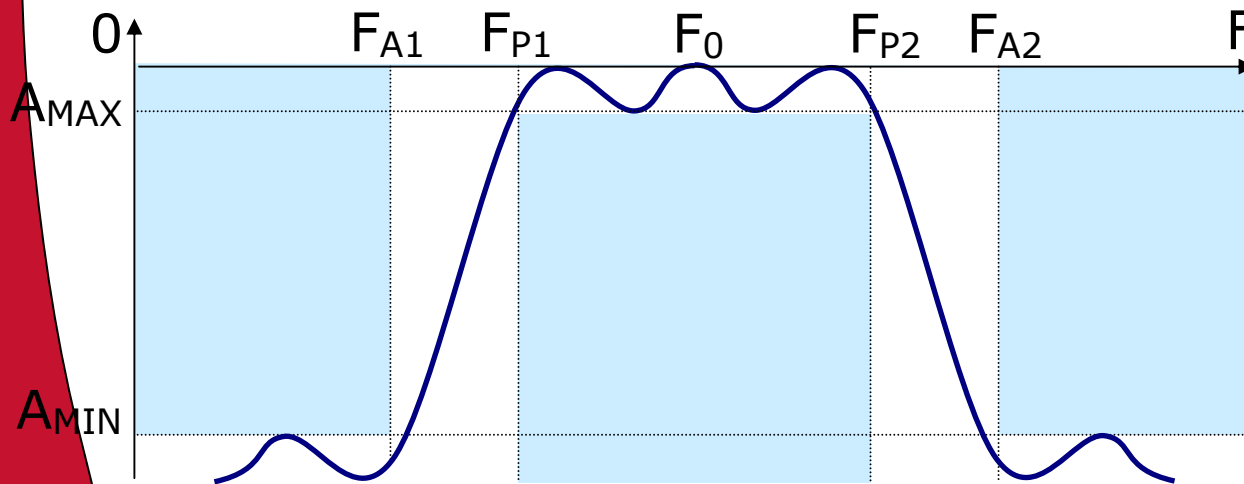
B : largeur de bande relative :

$$B = \frac{F_{p2} - F_{p1}}{F_0}$$

Exemple d'application : Suivi d'ordre

Le Filtrage

- ▶ Le Filtre Passe-Bande (Band Pass filter) : Détermination
Le **gabarit** du filtre est souvent en fonction de l'**atténuation** requise :



On rend souvent ce filtre symétrique :

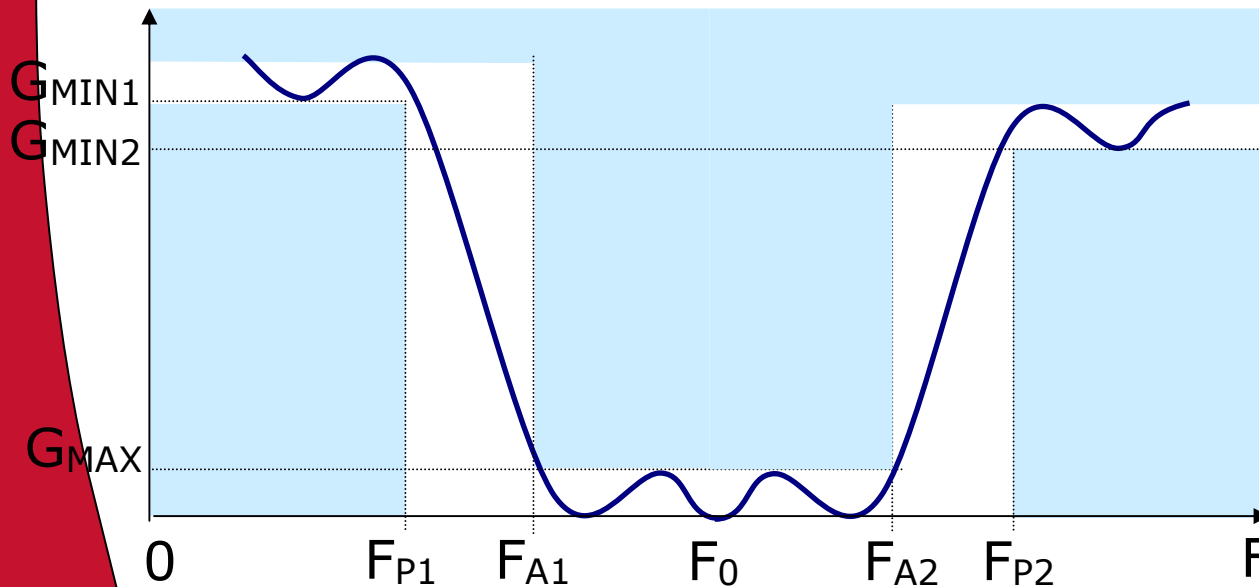
$$F_{P1} \cdot F_{P2} = F_{A1} \cdot F_{A2} = F_0^2$$

Des abaques permettent alors de déterminer les caractéristiques du filtre

Le Filtrage

► Le Filtre Coupe-Bande : Introduction

Le **gabarit** du filtre est défini par les paramètres suivants :



La sélectivité est :

$$K = \frac{F_{A2} - F_{A1}}{F_{p2} - F_{p1}} < 1$$

B : largeur de bande relative :

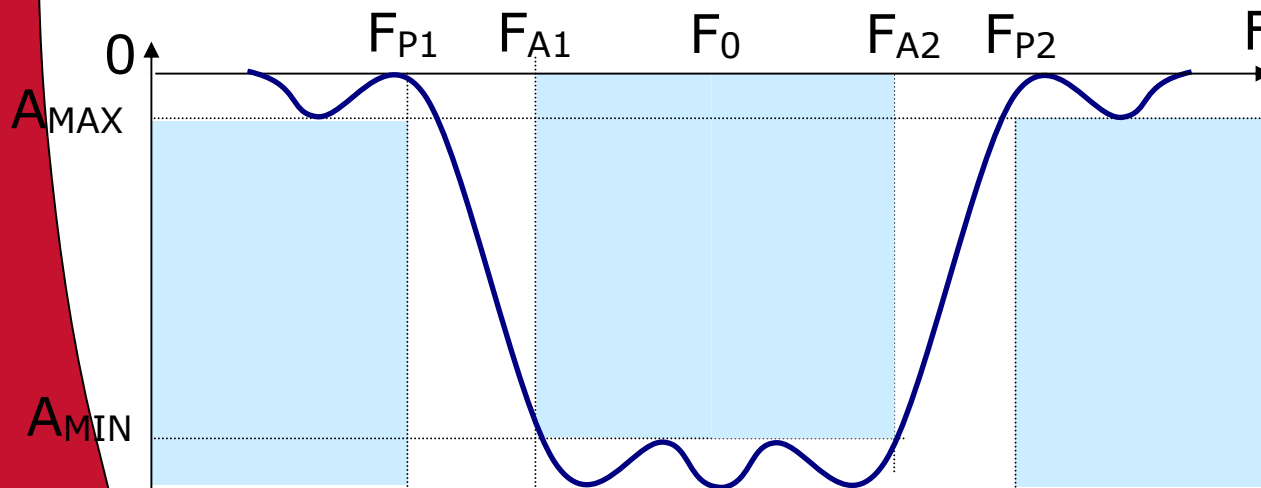
$$B = \frac{F_{A2} - F_{A1}}{F_0}$$

Exemple d'application : Suppression du 50 Hz

Le Filtrage

► Le Filtre Coupe-Bande : Détermination

Le **gabarit** du filtre est souvent en fonction de l'**atténuation** requise :



On rend souvent ce filtre symétrique :

$$F_{P1} \cdot F_{P2} = F_{A1} \cdot F_{A2} = F_0^2$$

$$A_{MAX1} = A_{MAX2} = A_{MAX}$$

Des abaques permettent alors de déterminer les caractéristiques du filtre

Le Filtrage

► Les différentes réponses

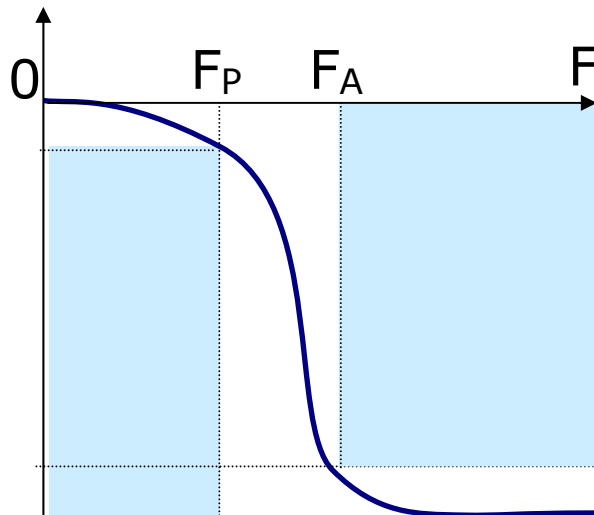
Pour un gabarit donné, la fonction de transfert du filtre peut être représentée par différentes fonctions :

- ➔ Réponse de BUTTERWORTH
- ➔ Réponse de CHEBYSHEV
- ➔ Réponse de LEGENDRE
- ➔ Réponse de CAUER
- ➔ Réponse de BESSEL ou THOMSON

Chacune de ces réponses présente des caractéristiques particulières dont la connaissance permet la sélection du filtre le plus adapté à une utilisation donnée.

Le Filtrage

► Les filtres de BUTTERWORTH

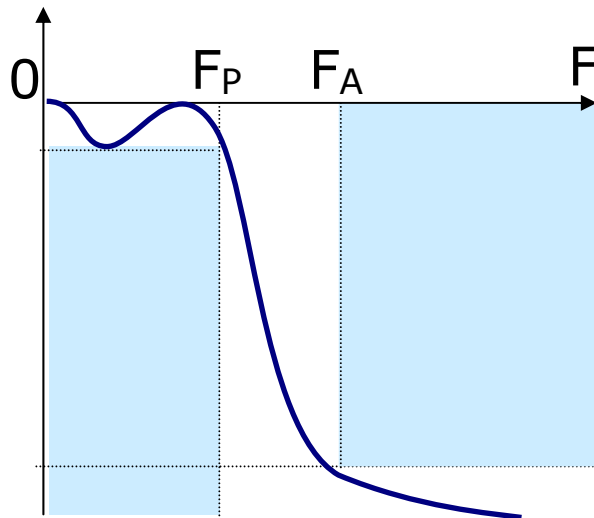


- Réponse régulière dans la Bande Passante
- Décroissance monotone en Bande Coupée
- Pente faible pour un ordre donné

Utilisés pour la solution de problèmes simples lorsque la régularité de la réponse est un critère important

Le Filtrage

► Les filtres de CHEBYSHEV

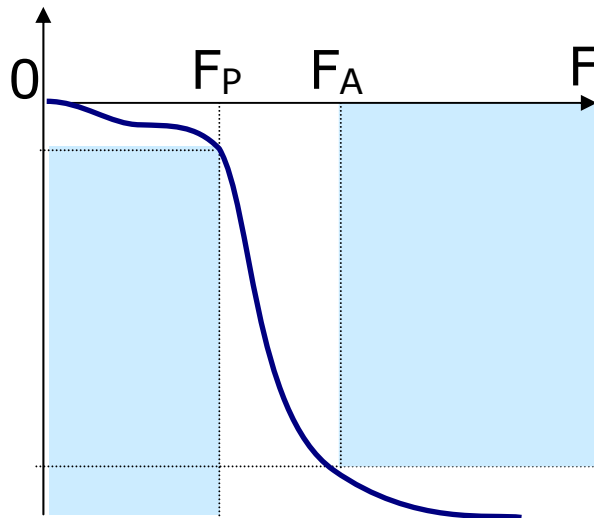


- Oscillation dans la Bande Passante
- Décroissance monotone en Bande Coupée
- Pente élevée pour un ordre donné
- Filtres simples à calculer
- Bon rapport qualité - prix

L'inconvénient majeur est l'oscillation dans la bande passante. Les abaques permettent la détermination du filtre pour une ondulation donnée : 0.01 dB, 0.1 dB, 1dB

Le Filtrage

► Les filtres de LEGENDRE

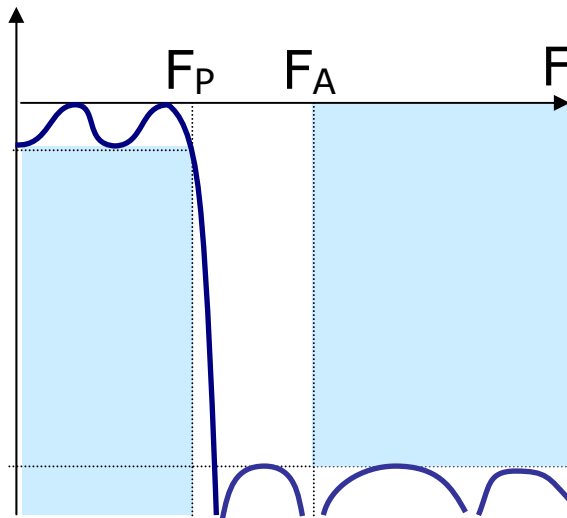


- Réponse régulière dans la Bande Passante
- Décroissance monotone en Bande Coupée
- Coupure comparable à celle d'un filtre de CHEBYCHEFF d'ondulation 0.1 dB.

La régularité de la réponse dans la bande passante associée à la pente intéressante en font un filtre qui peut être très avantageux.

Le Filtrage

► Les filtres de CAUER (ou filtres elliptiques)

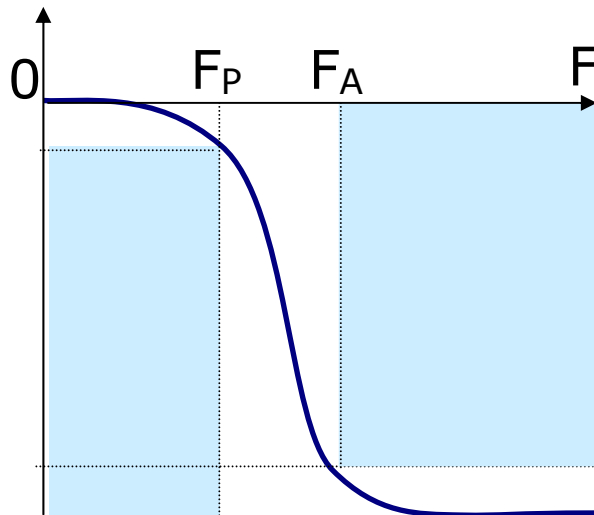


- Oscillation dans la Bande Passante
- Présence de zéros de transmission en Bande Coupée
- Pente la plus élevée pour un ordre donné
- Filtres complexes à calculer

La très grande raideur de la bande de transition (pente) est bien adaptée à la réalisation de filtres anti-repliement. Il est alors nécessaire de corriger les oscillations dans la bande passante.

Le Filtrage

► Les filtres de BESSEL



- Réponse la plus régulière dans la Bande Passante.
- Pente la plus faible pour un ordre donné
- Faible déformation des régimes transitoires

Ces filtres ont optimisés pour présenter dans la bande passante la variation de phase la plus linéaire possible. La réponse en impulsion de cette structure se fait donc avec un minimum de distorsion.

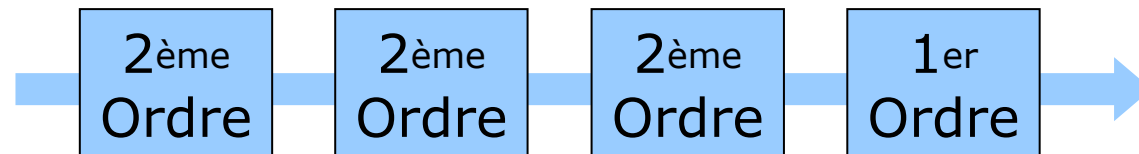
Le Filtrage

► Réalisation pratique : Les filtres analogiques

La sélectivité du filtre requise impose une pente plus ou moins importante à la fonction de transfert du filtre.

Cette sélectivité détermine l'**ordre** du filtre et par suite sa complexité : En effet, un filtre analogique est réalisé au moyen de cellules élémentaires du 1er et 2ème ordre mises en cascade pour parvenir à l'ordre requis.

Exemple d'un filtre du 7ème ordre :



Le Filtrage

- ▶ Réalisation pratique : Les filtres numériques
Les filtres numériques sont destinés aux **signaux échantillonnés**. Ils offrent des avantages considérables sur les structures analogiques, et sont aujourd'hui très répandus :
 - ◆ Réalisation de fonctions complexes irréalisables en continu
 - ◆ Caractéristiques proches de celles du filtre idéale (pente infinie, pas d'atténuation dans la bande passante)
 - ◆ Modification de la valeur du filtre par modification des tables de coefficients du filtre.
 - ◆ Invariance du filtre dans le temps et en fonction des composants.

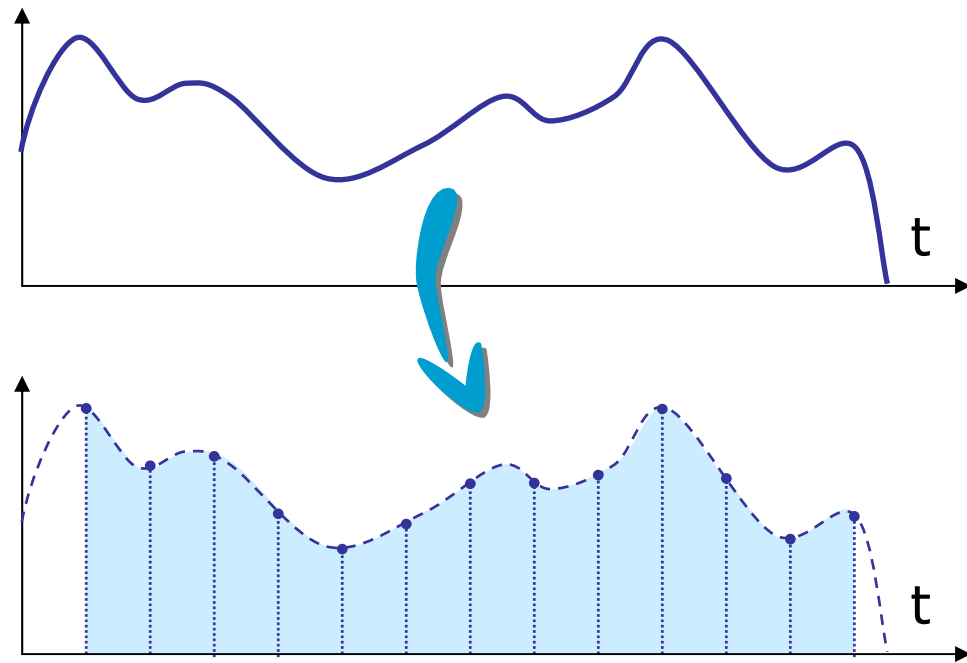
L'échantillonnage

► Définition

Passage d'un système continu possédant une **infinité** de valeurs à un système possédant un **nombre fini** de valeurs.

On distingue 2 étapes :

- ➔ La discrétisation
- ➔ La numérisation

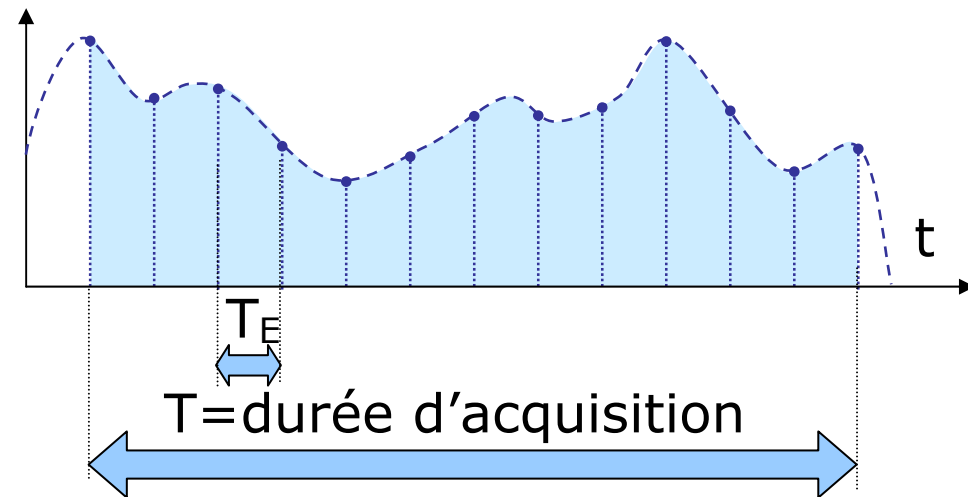


L'échantillonnage

► La discrétisation du signal

La **discrétisation** du signal consiste à prélever des échantillons à une cadence T_E pendant une durée T .

La fréquence de prélèvement des échantillons F_E est appelée **fréquence d'échantillonnage**.



$$T = N \cdot T_E$$

$$F_E = \frac{1}{T_E}$$

$$T = \frac{N}{F_E}$$

L'échantillonnage

► La numérisation du signal

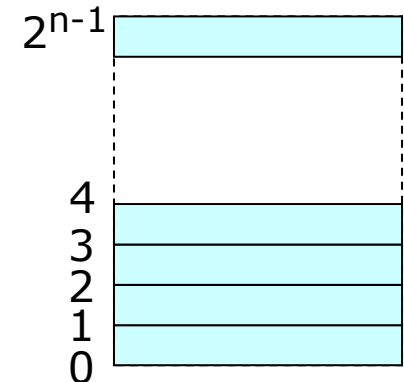
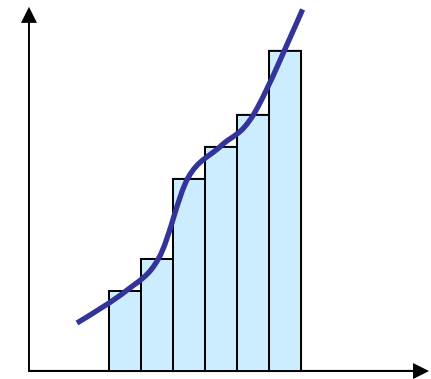
La **numérisation** du signal consiste à quantifier les amplitudes A des échantillons successifs au moyen d'une conversion dans un format binaire.

$$A = \sum_{i=1}^{n-1} a_i \cdot 2^i \quad a_i \in \{0;1\}$$

Le nombre de bits n de la conversion détermine la valeur du **pas de quantification** p , qui est la valeur de l'incertitude.

$$p = \frac{P.E}{2^n}$$

P.E : Pleine Echelle



L'échantillonnage

- ▶ Les effets de l'échantillonnage : Altération du signal
L'échantillonnage provoque une altération du signal :
 - ◆ Perte d'échantillons temporels
 - ◆ Perte d'échantillons fréquentiels

Cette altération dépend des performances du système de mesure et notamment :

- ◆ De la valeur de la fréquence d'échantillonnage F_E
- ◆ Du nombre de bits n du convertisseur Analogique / Numérique

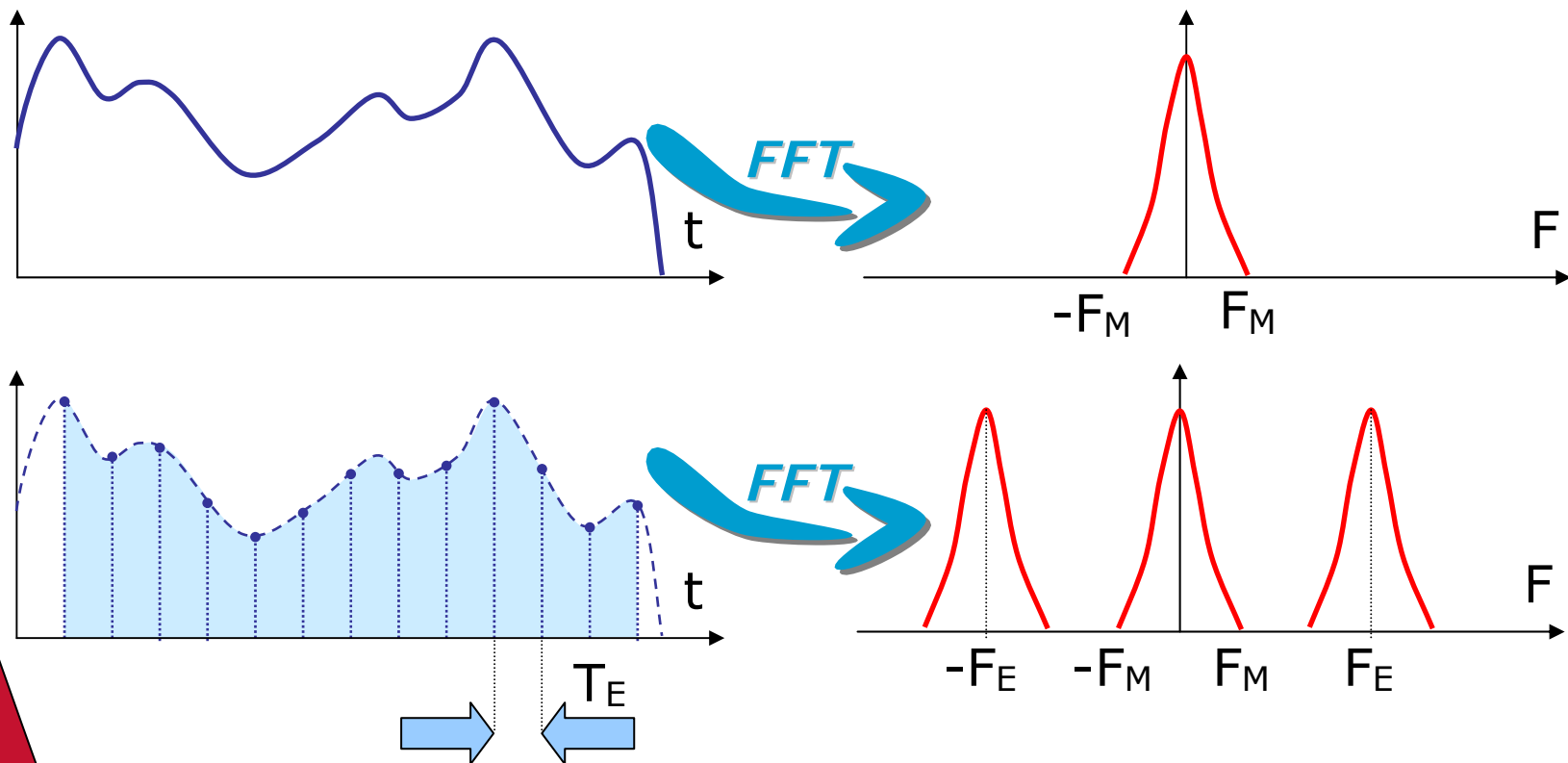
Exemple :

Un convertisseur 12 bits permet 4096 valeurs

Un convertisseur 16 bits permet 65536 valeurs

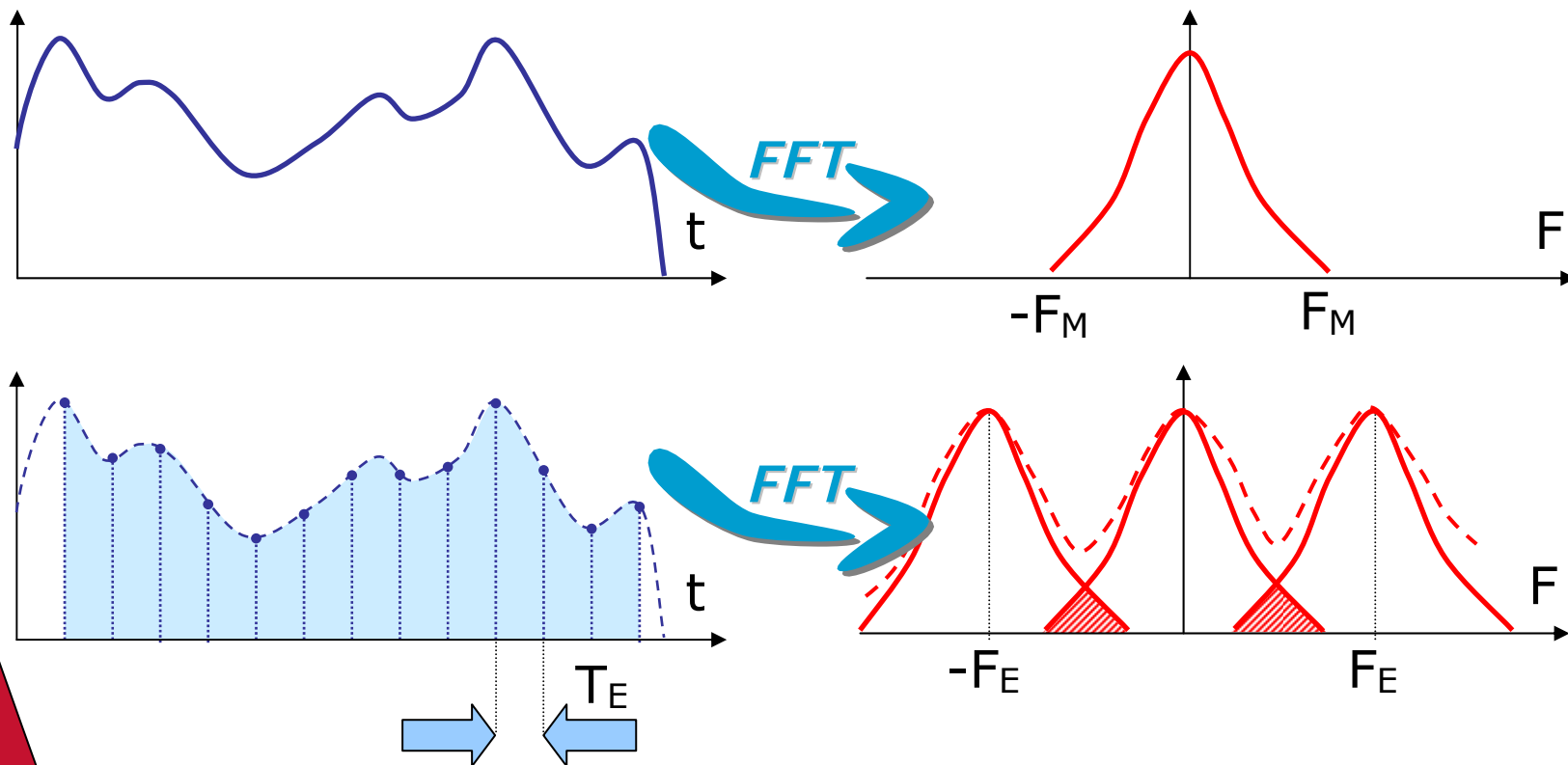
L'échantillonnage

- ▶ Les effets de l'échantillonnage : Périodisation du spectre à la fréquence d'échantillonnage F_E



L'échantillonnage

- ▶ Les effets de l'échantillonnage : Repliement du spectre



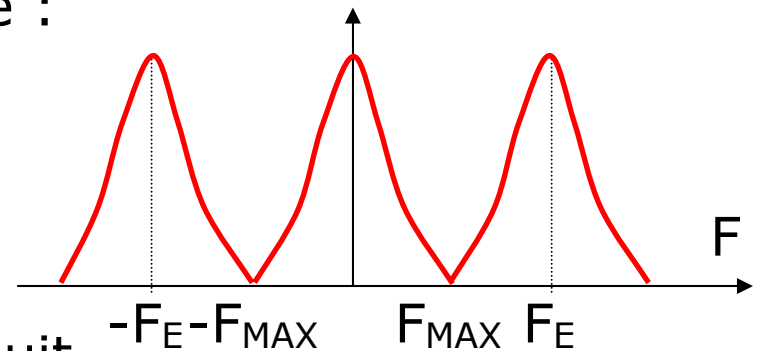
L'échantillonnage

► Le Théorème de SHANNON

Soit F_{MAX} la fréquence maximale du spectre du signal à échantillonner et F_E la fréquence d'échantillonnage :

$$F_E > 2.F_{MAX}$$

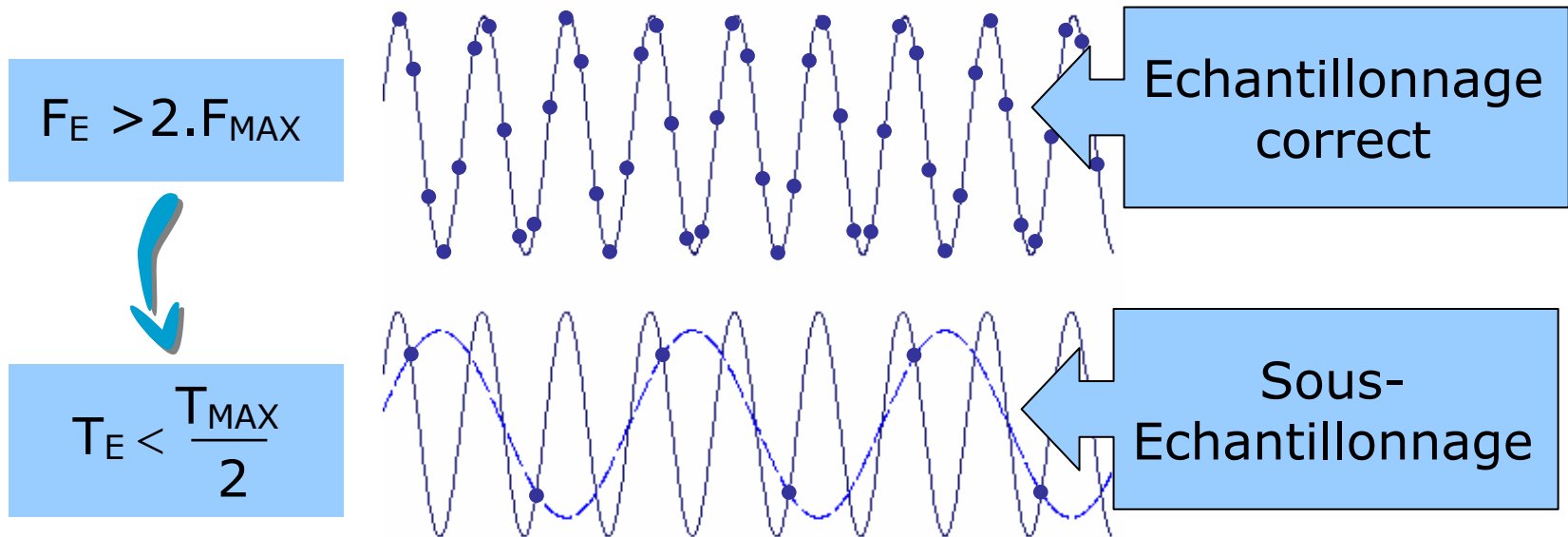
Si cette condition n'est pas vérifiée, l'échantillonnage introduit une **distorsion** du signal qui ne pourra être corrigée.



L'échantillonnage

► Le Théorème de SHANNON

Une autre interprétation du Théorème de SHANNON utilise la représentation temporelle du signal :



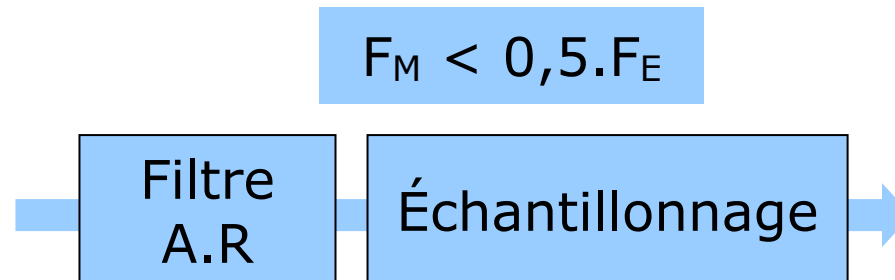
Soit au moins 2 points par période !

Les filtres anti-repliement

► Introduction

La vérification du critère de SHANNON suppose que le spectre du signal soit borné, et que cette borne (F_{MAX}) soit connue.

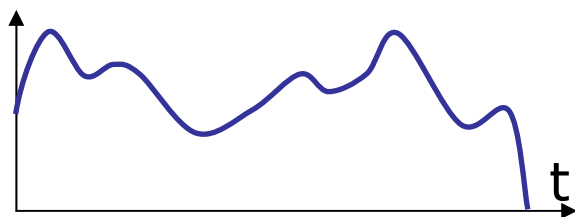
Afin de vérifier ces conditions dans tous les cas, on fait précéder l'échantillonnage d'un filtrage passe-bas dit **filtre anti-repliement** tel que :



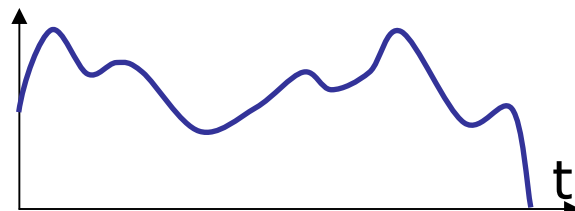
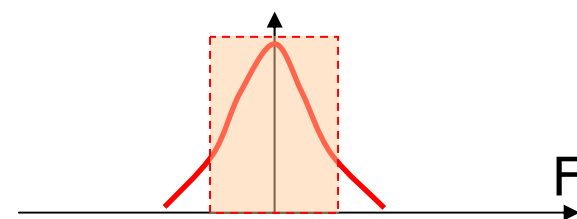
Le filtre utilisé est un filtre analogique à coupure très raide tel qu'un filtre de CAUER d'ordre élevé (8 ou 9).

Les filtres anti-repliement

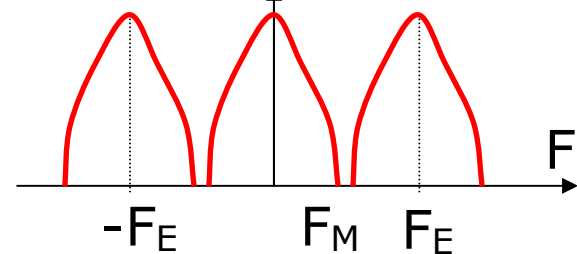
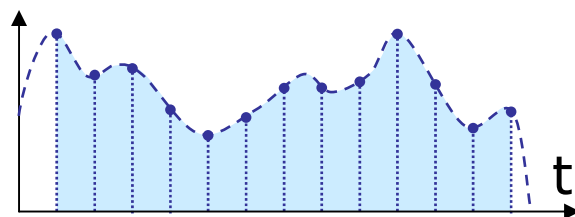
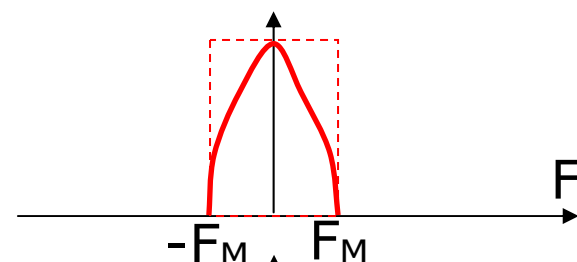
► Principe



Filtrage



Échantillonnage



Les filtres anti-repliement

► Application aux analyseurs

Sur nombre de collecteurs / analyseurs du marché, le filtre anti-repliement est positionné automatiquement en fonction de la gamme d'analyse.

La fréquence d'échantillonnage est adaptée à la gamme d'analyse, selon la relation :

$$F_E = 2,56 \cdot F_M$$

F_M : Fréquence maxi de la gamme d'analyse

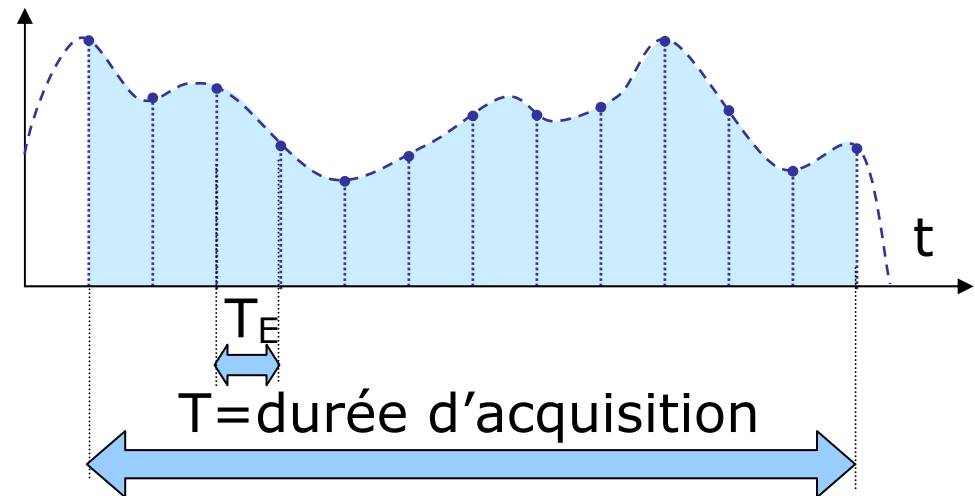
[0;25]Hz	⇒ $F_E = 64\text{Hz}$	[0;2k]Hz	⇒ $F_E = 5.12\text{kHz}$
[0;100]Hz	⇒ $F_E = 256\text{Hz}$	[0;5k]Hz	⇒ $F_E = 12.8\text{kHz}$
[0;200]Hz	⇒ $F_E = 512\text{Hz}$	[0;10k]Hz	⇒ $F_E = 25.6\text{kHz}$
[0;500]Hz	⇒ $F_E = 1.28\text{kHz}$	[0;20k]Hz	⇒ $F_E = 51.2\text{kHz}$
[0;1k]Hz	⇒ $F_E = 2.56\text{kHz}$		

Les paramètres de l'acquisition et de la FFT

► Les paramètres de l'acquisition

Soient :

- F_E : Fréquence d'acquisition ou d'échantillonnage
- N : Nombre de point acquis
- T : Durée de l'acquisition



$$T = N \cdot T_E$$

$$F_E = \frac{1}{T_E}$$

$$T = \frac{N}{F_E}$$

Les paramètres de l'acquisition et de la FFT

► Les paramètres de la FFT

Ils découlent des paramètres de l'acquisition : En général, on trouve :

- F_{MAX} : Fréquence supérieure de la gamme d'analyse

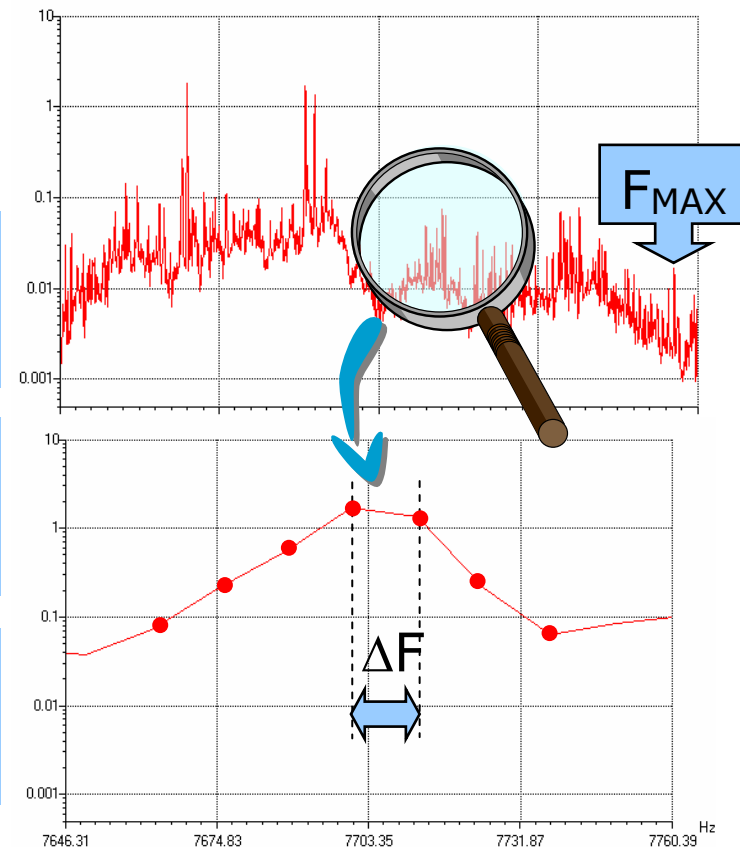
$$F_{MAX} = \frac{F_E}{2} - \frac{F_E}{N}$$

- ΔF : Résolution spectrale

$$\Delta F = \frac{1}{T} = \frac{F_E}{N}$$

- C : Nombre de points (lignes) du spectre

$$C = \frac{N}{2}$$



Les paramètres de l'acquisition et de la FFT

► Les paramètres de la FFT

Sur beaucoup d'analyseurs, afin de normaliser les gammes de fréquences, les tailles d'échantillons et nombres de lignes dans le spectre, on trouve les relations suivantes :

$$F_E = 2.56 * F_{MAX} \quad \text{avec} \quad F_{MAX} = 1\text{Hz}, 2\text{Hz}, 5\text{Hz}, 10\text{Hz}, 25\text{Hz}, 50\text{Hz}, 100\text{Hz}, 200\text{Hz}, 500\text{Hz}, 1\text{kHz}, 2\text{kHz}, 5\text{kHz}, 10\text{kHz}, 20\text{kHz}$$

$N = 256, 512, \dots, 8192$ points (taille de l'échantillon temporel)

$$C = \frac{N}{2.56} \quad \text{D'où} \quad C = 100, 200, 400, 800, 1600, 3200 \text{ lignes}$$

Remarque : La résolution du spectre ne dépend que de la taille de l'échantillon temporel.

La représentation des spectres

► Introduction

Les algorithmes de calcul de la FFT permettent la représentation du spectre en fréquences sous plusieurs formes

- ◆ Autospectre bi-latéral, uni-latéral ou crête
- ◆ Autospectre de puissance ou en amplitude (linéaire)
- ◆ Densité spectrale de puissance ou d'énergie

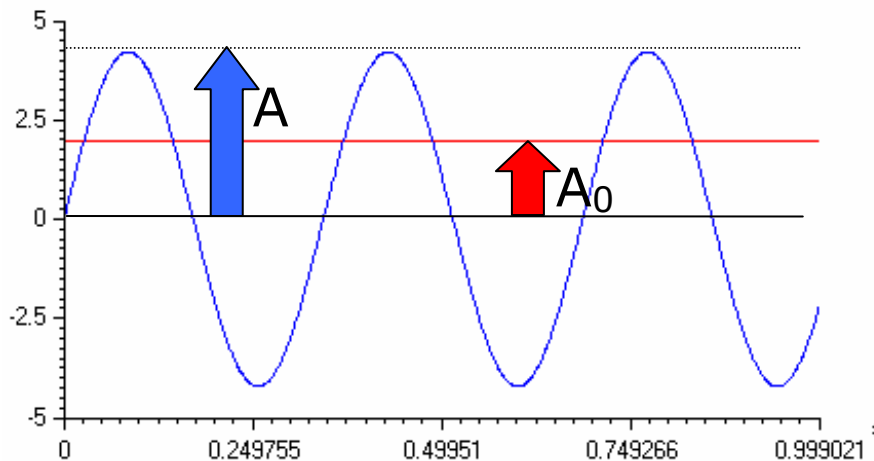
Dans ce qui suit, l'**autospectre** sera appelé **spectre**.

La représentation des spectres

► Introduction

Considérons le signal temporel d'origine constitué de :

- Une composante **continue** d'amplitude A ,
- Un sinus d'**amplitude crête** A_0 et de fréquence F_1

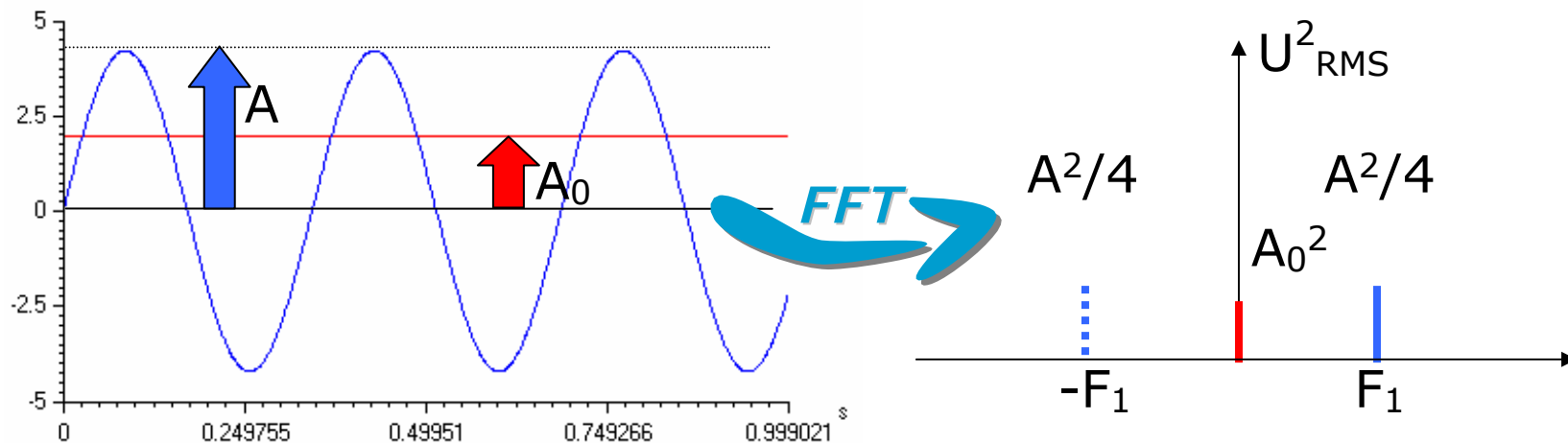


La représentation des spectres

► Le spectre de puissance bi-latéral

L'algorithme de calcul de la FFT fournit un **spectre bi-latéral de puissance**, c'est à dire une fonction paire présentant des amplitudes pour des fréquences négatives.

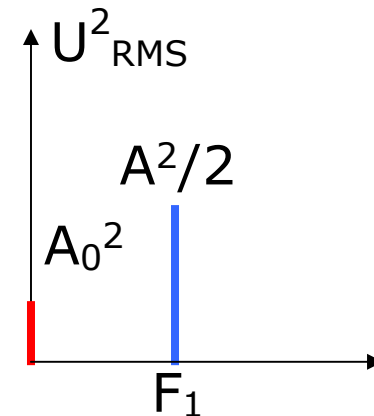
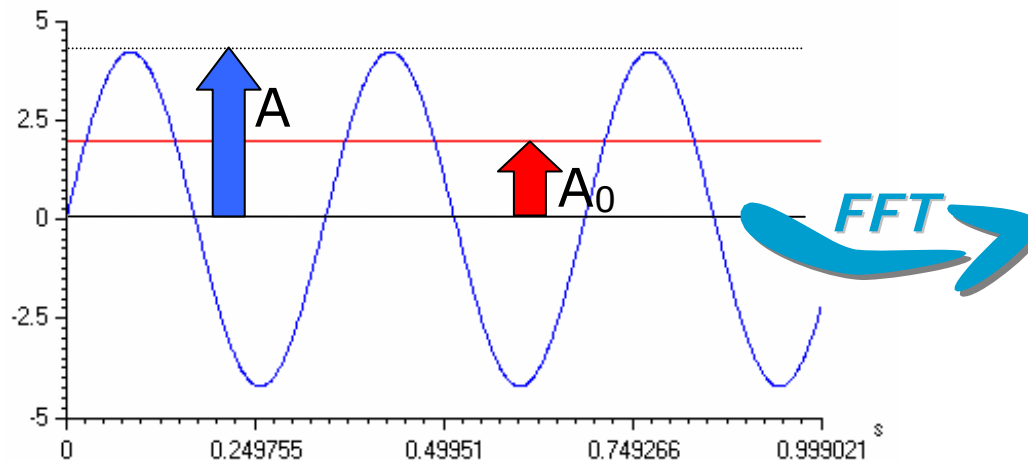
Il représente la puissance du signal contenue dans l'échantillon



La représentation des spectres

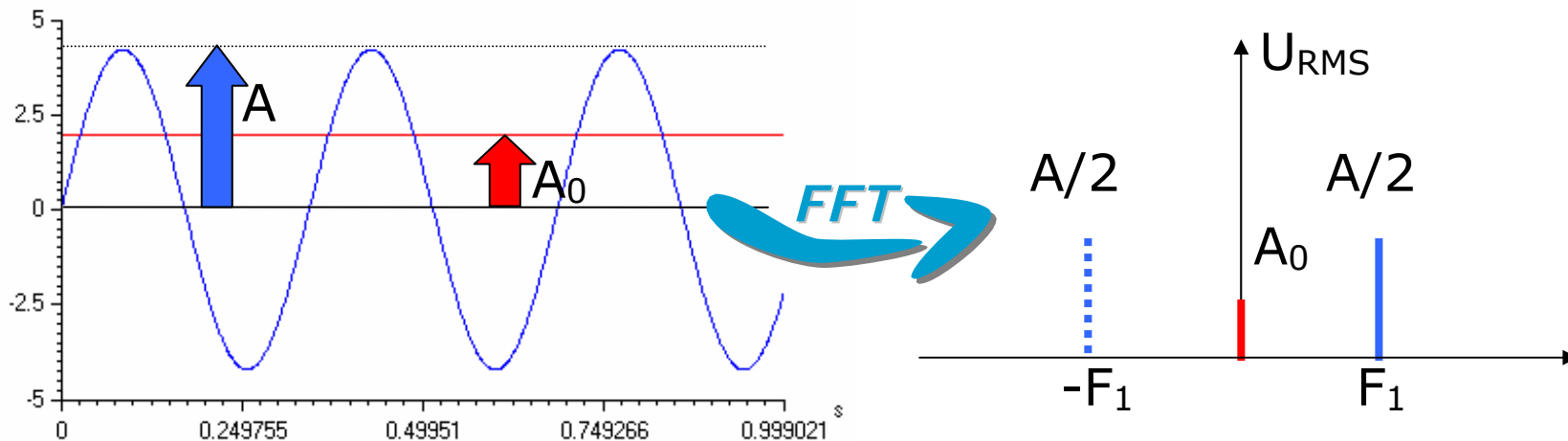
► Le spectre de puissance uni-latéral

Il est déduit du précédent en « repliant » le spectre des fréquences négatives sur le spectre des fréquences positives, ce qui revient à doubler les amplitudes des fréquences strictement positives.



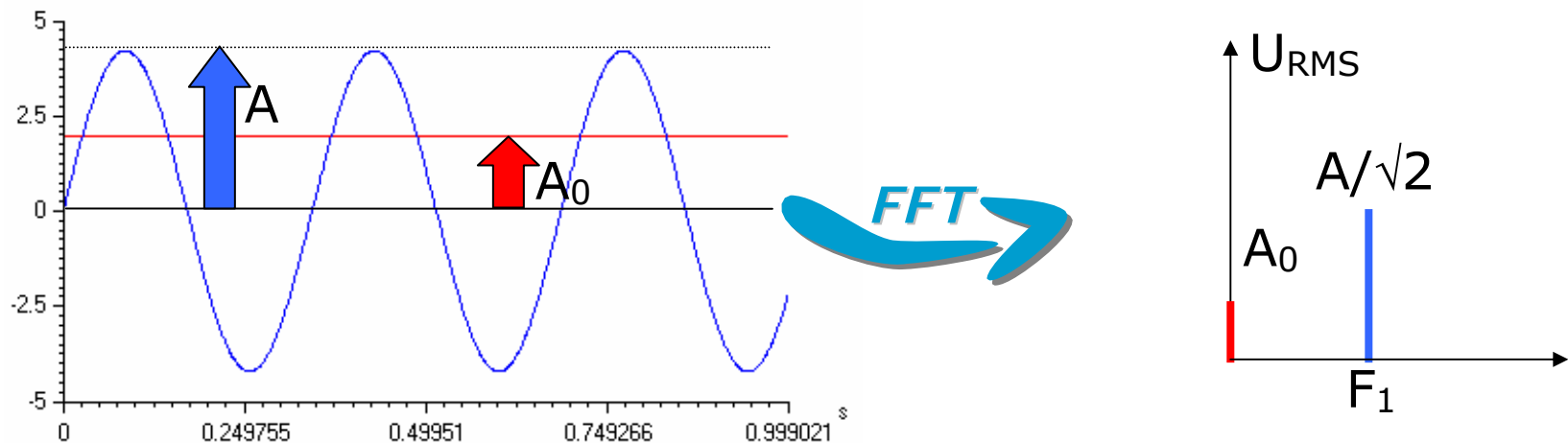
La représentation des spectres

- ▶ Le spectre d'amplitude (ou linéaire) bi-latéral
 Il est déduit du spectre de puissance bi-latéral en considérant la racine carrée de la puissance de chacune des raies.
 Les spectres en amplitude permettent la **visualisation de la phase** des composantes, à l'inverse des spectres en puissance.



La représentation des spectres

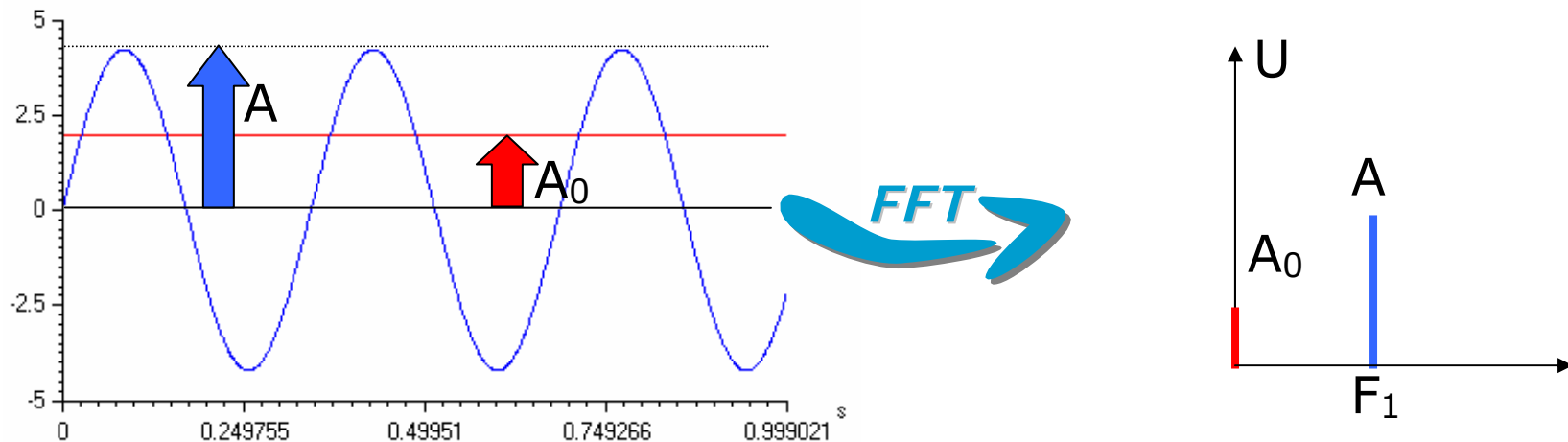
- ▶ Le spectre d'amplitude (ou linéaire) uni-latéral
 Il est déduit du spectre de puissance uni-latéral en considérant la racine carrée de la puissance de chacune des raies.
 Les amplitudes affichées sont donc homogènes aux **valeurs efficaces** ou valeurs RMS des composantes du signal.



C'est la représentation la plus courante en analyse vibratoire.

La représentation des spectres

- ▶ Le spectre d'amplitude crête (ou linéaire) uni-latéral
Les amplitudes affichées sont homogènes aux **valeurs crêtes** des composantes du signal.

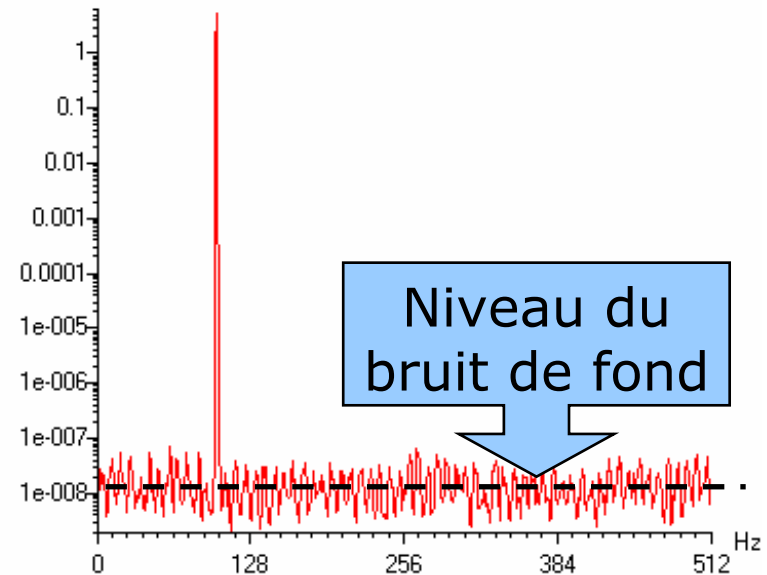


La représentation des spectres

► La représentation en densité spectrale

Elle est utilisée pour les mesures de **bruit large bande**, ou les mesures de **bruit de fond**. En effet, dans un spectre en puissance ou en amplitude, le niveau de bruit dans chaque canal dépend de la largeur ΔF du canal et donc de la résolution du spectre.

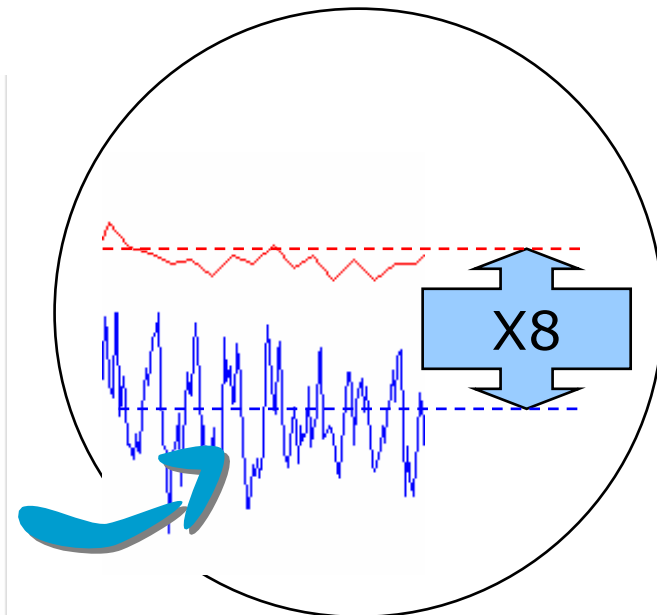
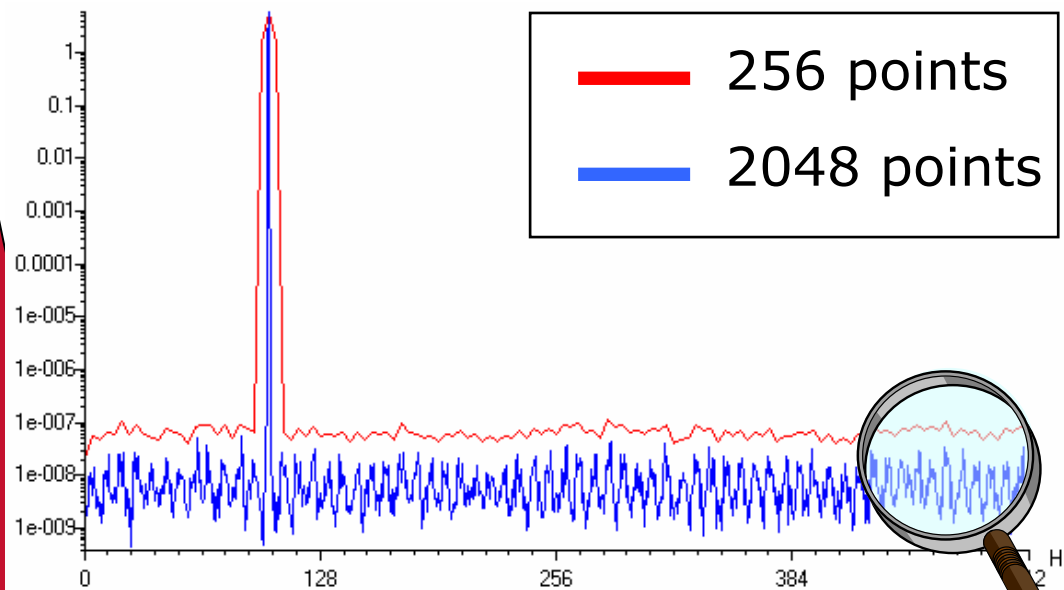
Ainsi, le niveau de bruit de fond du spectre varie en fonction de la résolution choisie. Tout calcul de puissance ou d'amplitude efficace dans une bande large sera également dépendant de la résolution.



La représentation des spectres

► La représentation en densité spectrale

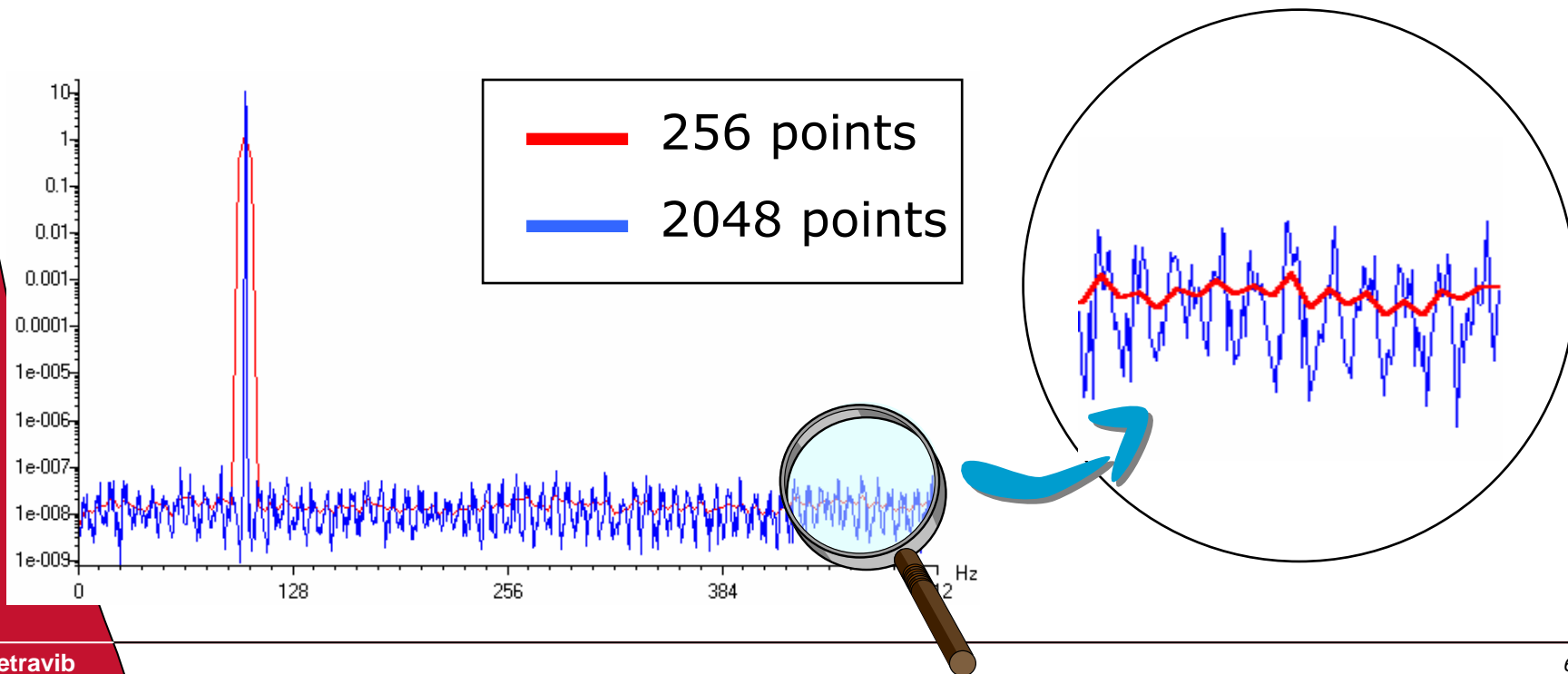
Si le nombre de points dans l'échantillon temporel est doublé, ΔF est divisé par 2 et le niveau de bruit dans chaque canal est divisé par 2 (en puissance).



La représentation des spectres

► La représentation en densité spectrale

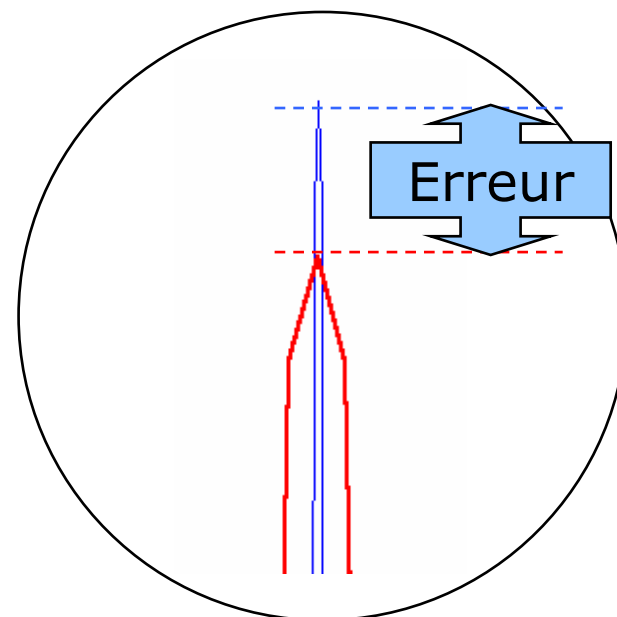
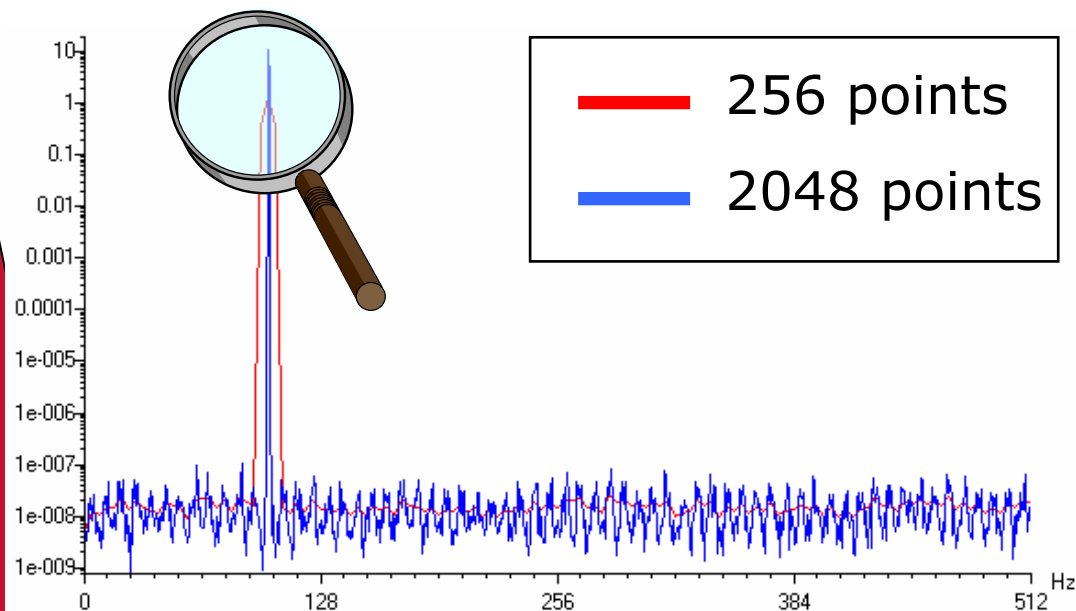
La densité spectrale de puissance s'obtient en divisant les amplitudes de chacune des raies par ΔF . Le niveau de bruit mesuré dans ce mode devient indépendant de la résolution.



La représentation des spectres

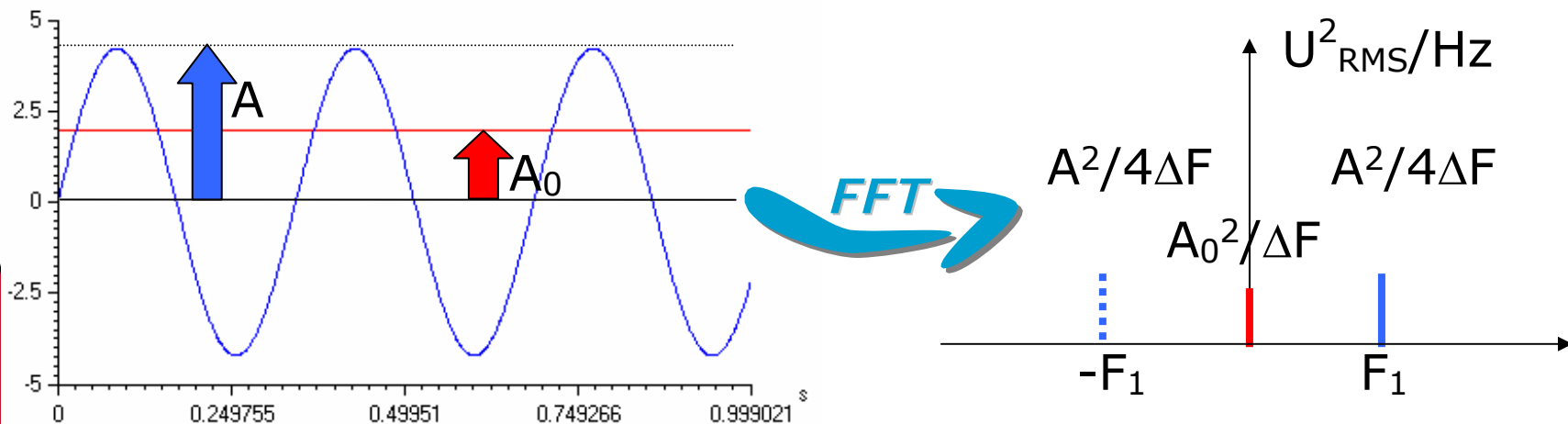
- ▶ La représentation en densité spectrale

Attention : Cette représentation **ne doit pas être utilisée pour des mesures d'amplitudes discrètes.**



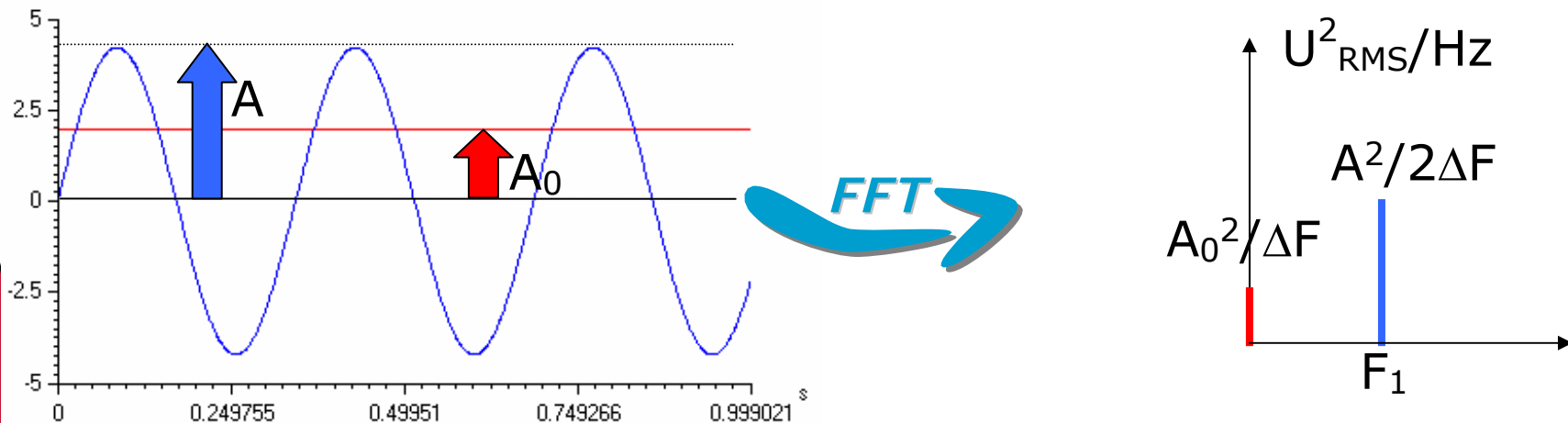
La représentation des spectres

- ▶ La densité spectrale de puissance (DSP) bi-latérale
Elle est déduite du spectre de puissance bi-latéral en divisant l'amplitude de chacune des raies par la résolution fréquentielle ΔF .



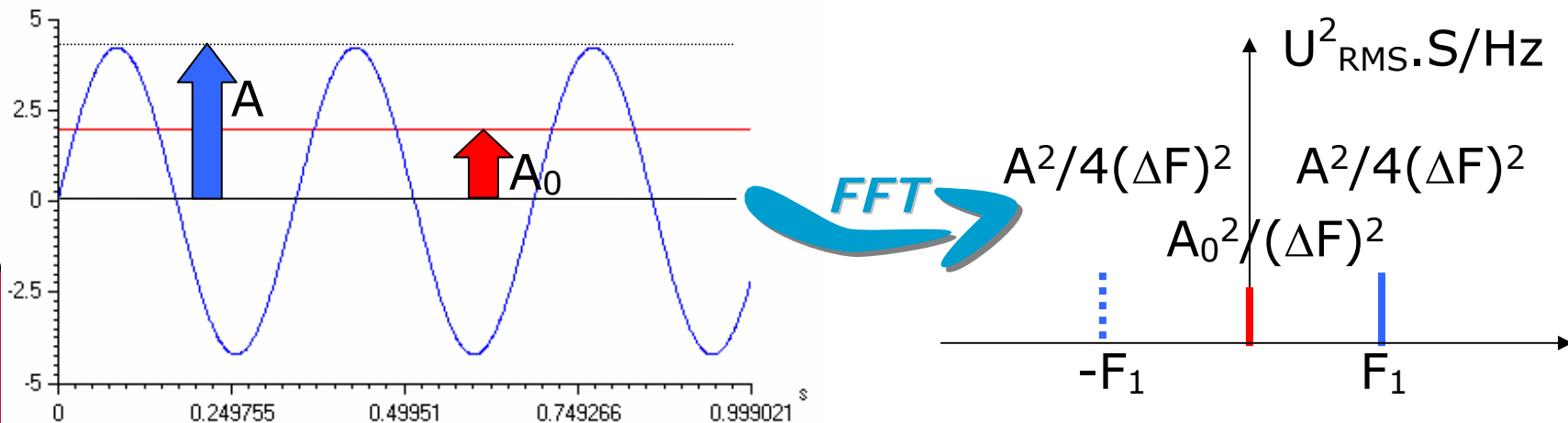
La représentation des spectres

- ▶ La densité spectrale de puissance (DSP) uni-latérale
Elle est déduite du spectre de puissance uni-latéral en divisant l'amplitude de chacune des raies par la résolution fréquentielle ΔF .



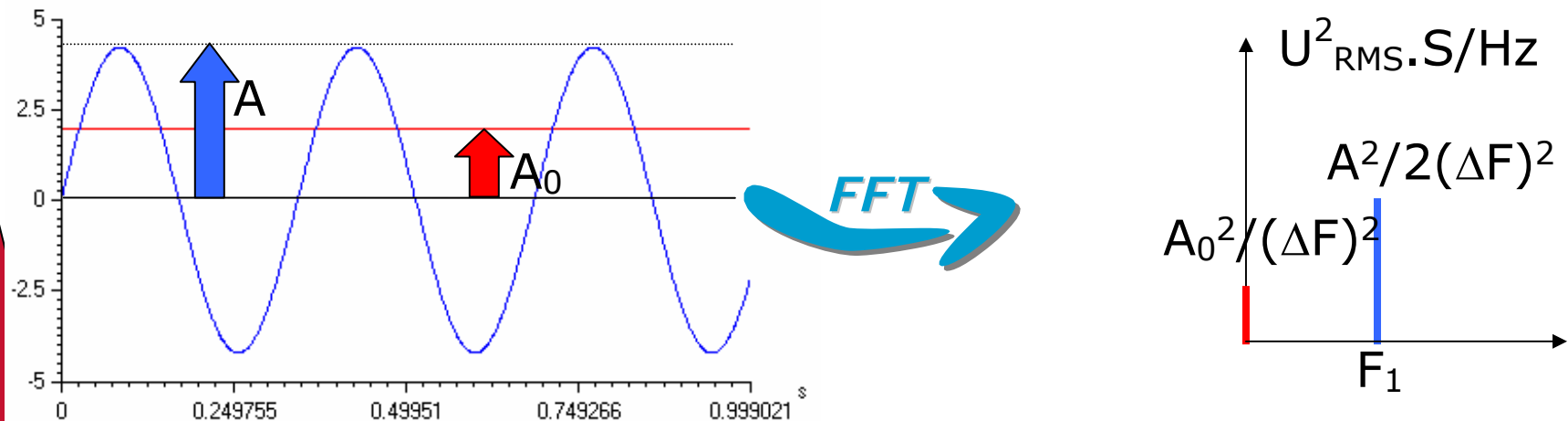
La représentation des spectres

- ▶ La densité spectrale d'énergie (DSE) bi-latérale
Elle est déduite du spectre de puissance bi-latéral en divisant l'amplitude de chacune des raies par la résolution fréquentielle ΔF puis en la multipliant par la durée de la durée d'observation T du signal avec $T=N.T_E=1/\Delta F$.



La représentation des spectres

- ▶ La densité spectrale d'énergie (DSE) uni-latérale
Elle est déduite du spectre de puissance uni-latéral en divisant l'amplitude de chacune des raies par la résolution fréquentielle ΔF puis en la multipliant par la durée de la durée d'observation T du signal avec $T=N.T_E=1/\Delta F$.



La représentation des spectres

► Les affichages en décibel

Le décibel exprime le **rapport de deux puissances** sur une échelle logarithmique. Il permet de comparer deux mesures de puissance P_1 et P_2 :

$$\text{dB} = 10 \cdot \log_{10} \frac{P_2}{P_1}$$

Il permet également d'exprimer une puissance mesurée P par rapport à une puissance de référence P_R :

$$\text{dB} = 10 \cdot \log_{10} \frac{P}{P_R}$$

La valeur de P_R , qui fixe le niveau 0 dB est déterminée par convention.

La représentation des spectres

► Les affichages en décibel

Si la grandeur mesurée n'est pas homogène à une puissance, son carré est généralement proportionnel à la puissance portée par le signal et on exprime le rapport du carré de la mesure au carré de la valeur de référence de la grandeur considérée :

$$\text{dB} = 10 \cdot \log_{10} \frac{U^2}{U_R^2} = 20 \cdot \log_{10} \frac{U}{U_R}$$

L'affichage du spectre en décibel fournit ainsi le même résultat, que le spectre soit un spectre en puissance ou en amplitude.

La représentation des spectres

► Les affichages en décibel : Le niveau 0 dB

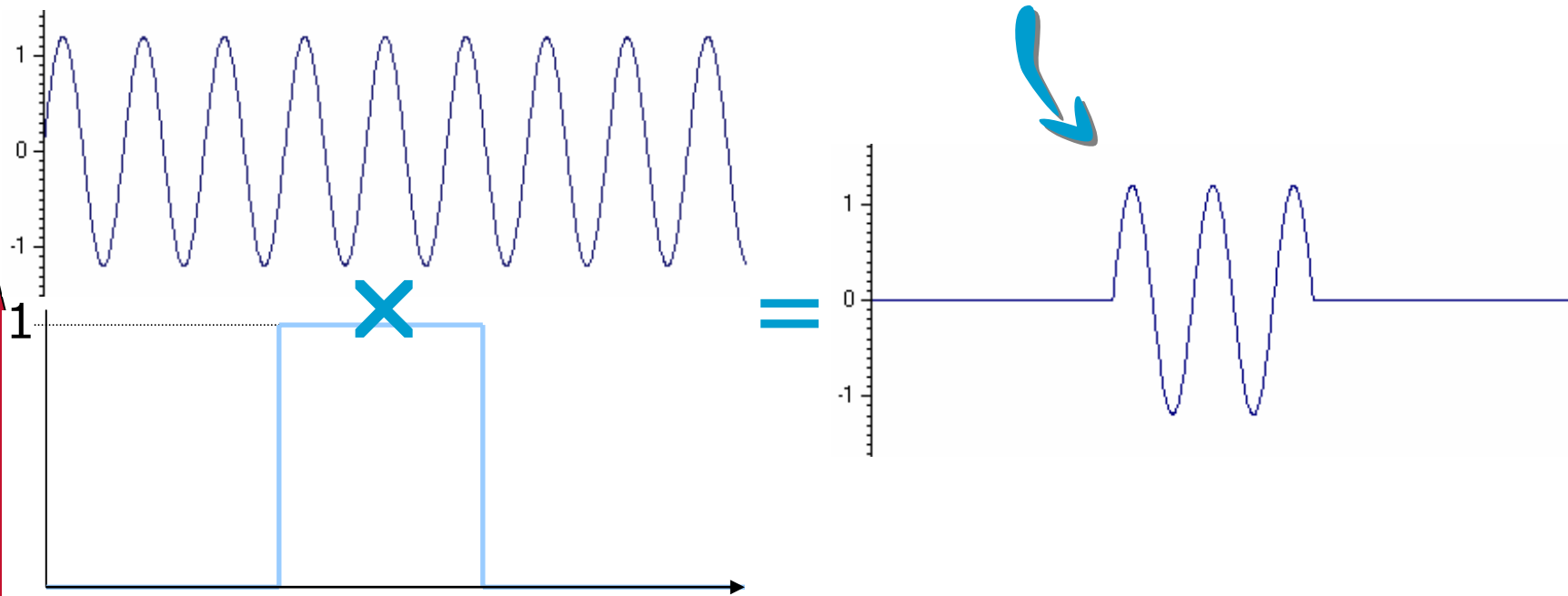
Quelques niveaux de référence habituellement utilisés :

- Pression acoustique (dans l'air) : $P_R = 2 \cdot 10^{-5} \text{ Pa}$
- Pression acoustique (dans l'eau) : $P_R = 10^{-6} \text{ Pa}$
- Puissance acoustique (dans l'air) : $W_R = 10^{-12} \text{ W}$
- Intensité acoustique (dans l'air) : $I_R = 10^{-12} \text{ W/m}^2$
- Accélération (ISO R1683) : $A_R = 10^{-6} \text{ m.s}^{-2}$
- Accélération (Marine Nationale) : $A_R = 10^{-5} \text{ m.s}^{-2}$
- Vitesse vibratoire (ISO R1683) : $V_R = 10^{-9} \text{ m.s}^{-1}$
- Tension (unité en dBV) : $V_R = 1 \text{ V}_{\text{RMS}}$
- Puissance (unité en dBV_{RMS}) : $P_R = 1 \text{ V}^2_{\text{RMS}}$

Les fenêtres de pondération

► Le fenêtrage temporel : Introduction

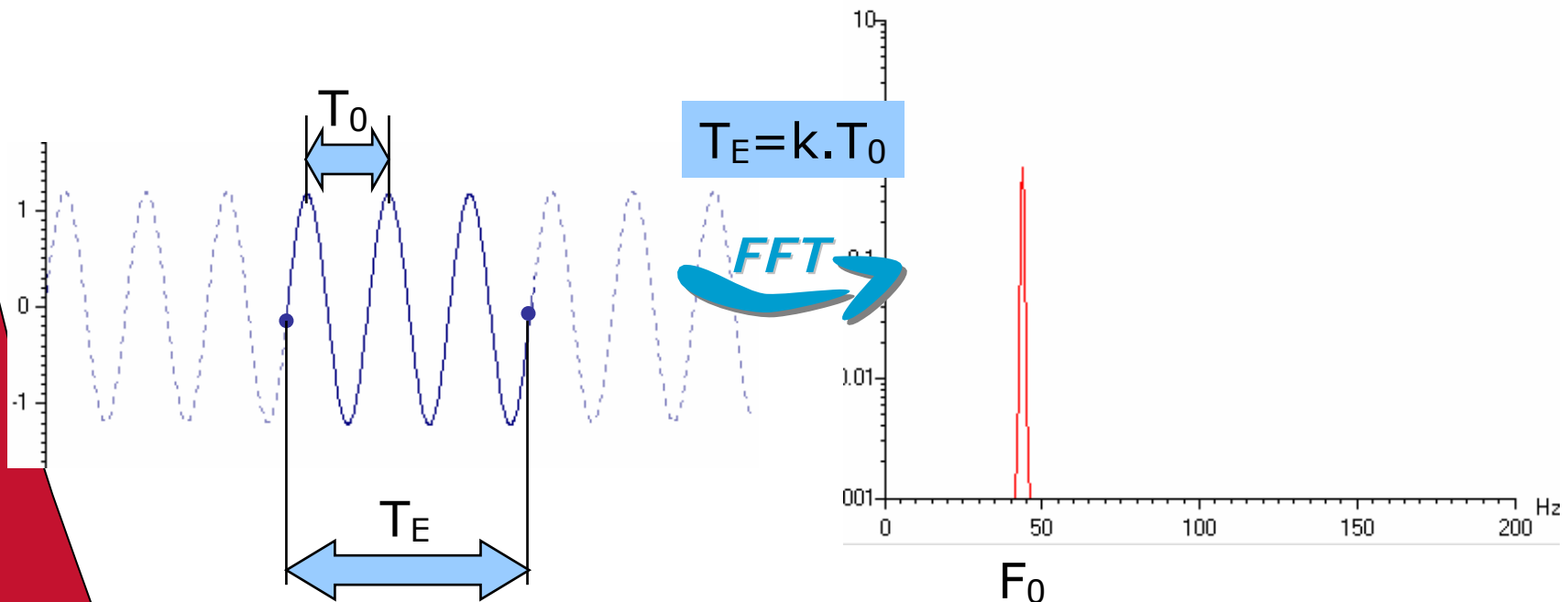
L'échantillonnage consiste à prélever des échantillons du signal **sur une durée finie T** : Il s'agit d'un **fenêtrage temporel**.



Les fenêtres de pondération

► Le fenêtrage temporel : Introduction

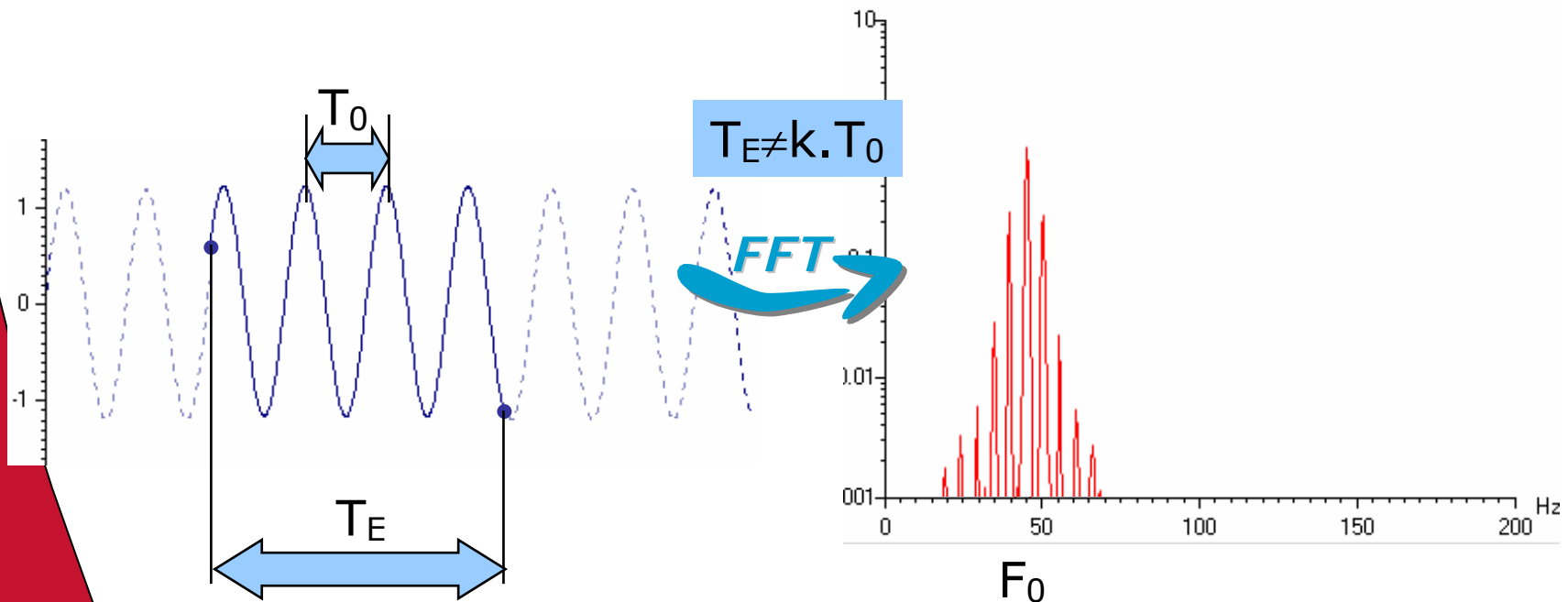
Si la période d'acquisition correspond à un nombre entier de périodes du signal : Il y a **recouvrement des extrémités** et la FFT ne crée pas de **distorsion** du spectre.



Les fenêtres de pondération

► Le fenêtrage temporel : Introduction

Si la période d'acquisition ne correspond pas à un nombre entier de périodes du signal, il n'y a pas **recouvrement des extrémités** et la FFT crée une **distorsion** du spectre.



Les fenêtres de pondération

- ▶ Le fenêtrage temporel : Convolution des spectres
Le **fenêtrage** du signal est un **produit** dans le domaine temporel. En application du Théorème de Plancherel :

Produit temporel  Convolution Fréquentielle

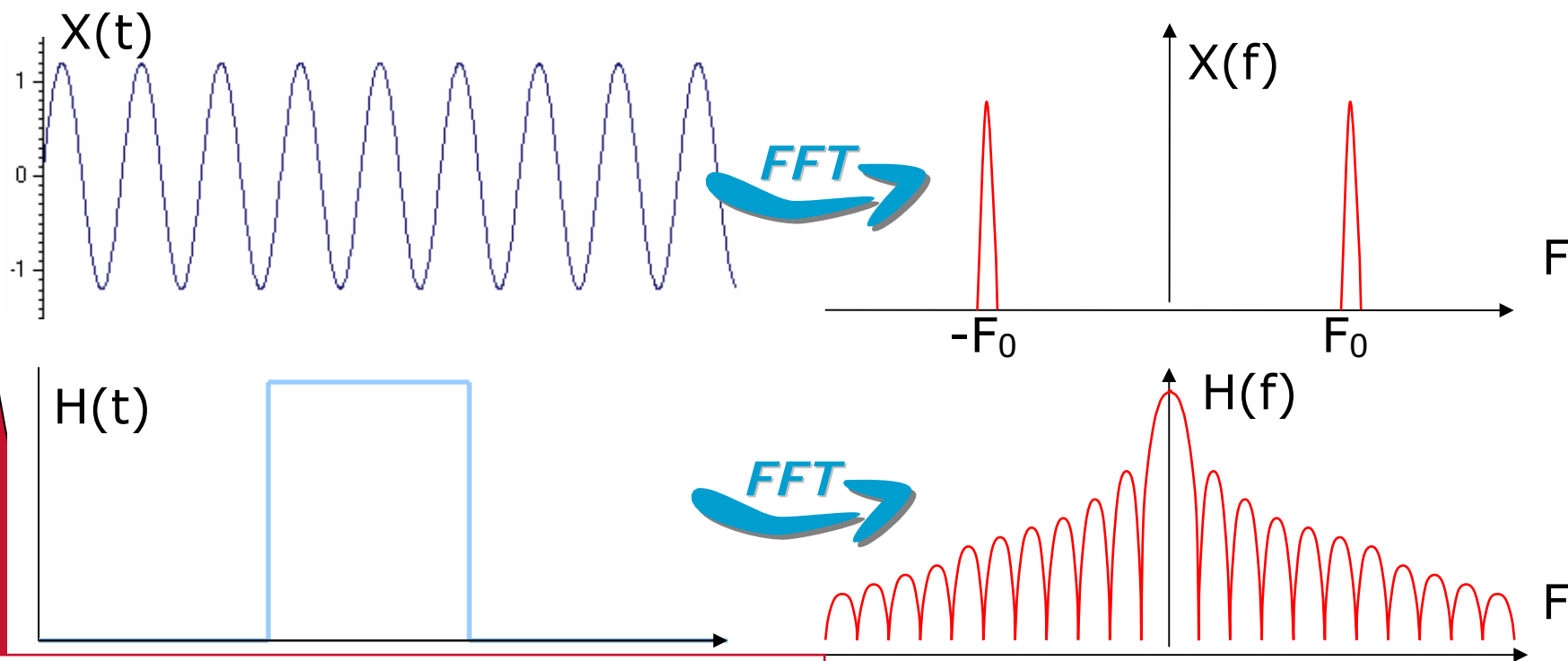
$$S(t) = X(t).H(t)$$



$$S(f) = X(f) * H(f) = \int_0^{\infty} X(g).H(f-g).dg$$

Les fenêtres de pondération

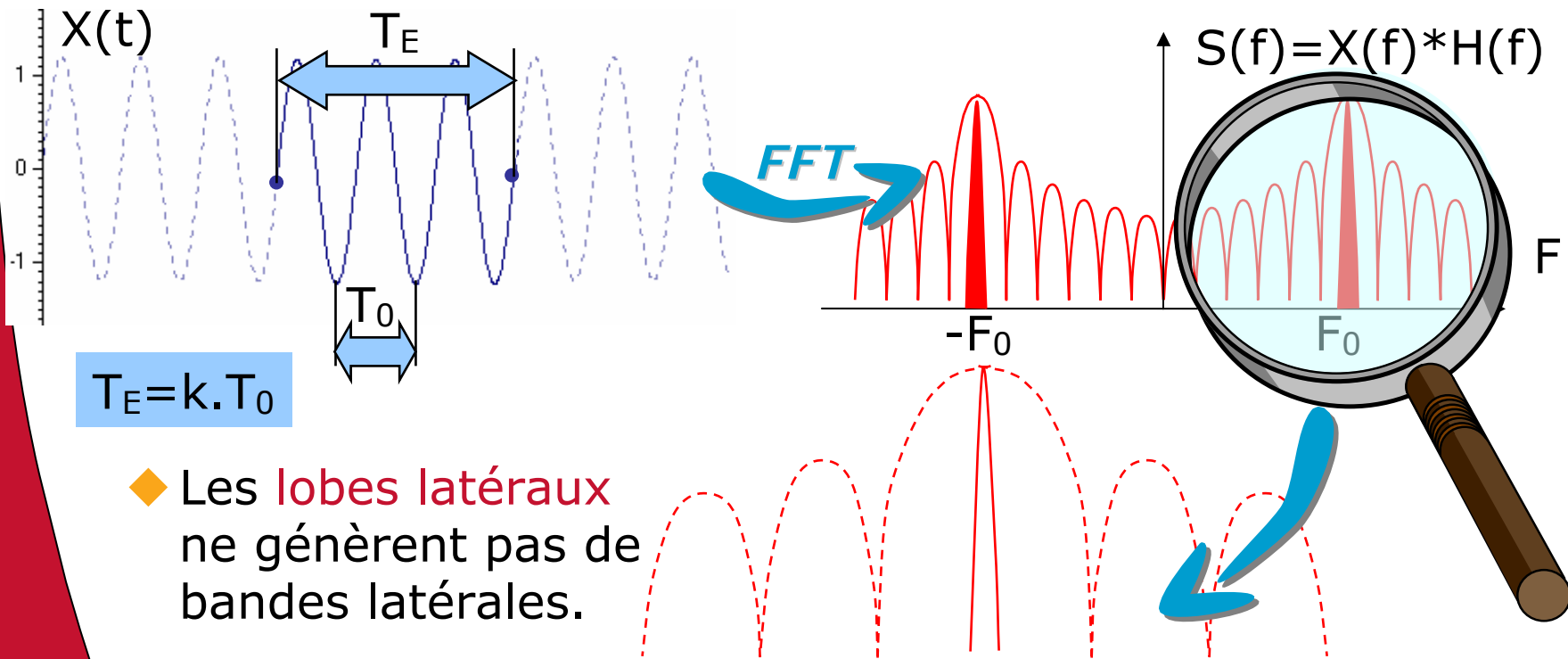
- Le fenêtrage temporel : Convolution des spectres



Fenêtre rectangulaire ou uniforme

Les fenêtres de pondération

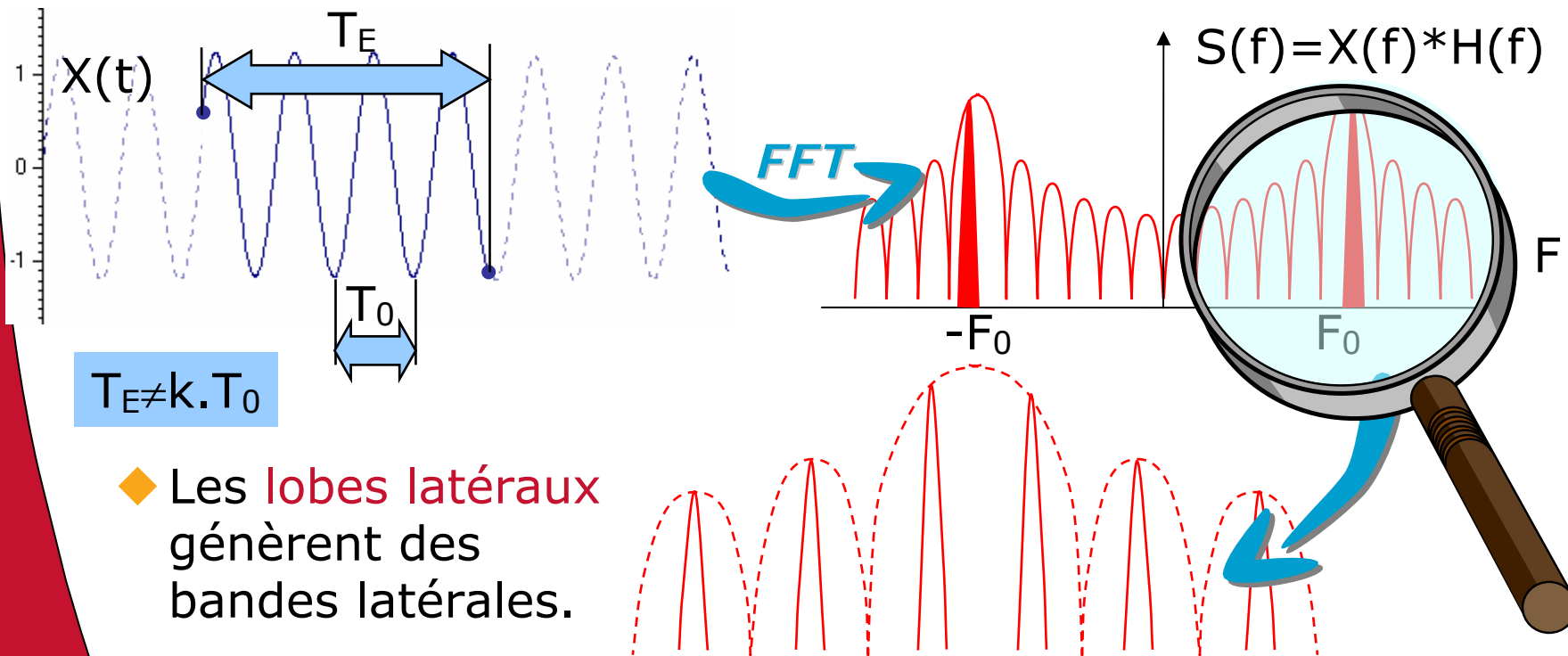
- ▶ Le fenêtrage temporel : Convolution des spectres



- ◆ Les lobes latéraux ne génèrent pas de bandes latérales.
- ◆ L'amplitude mesurée est la bonne.

Les fenêtres de pondération

- ▶ Le fenêtrage temporel : Convolution des spectres



$T_E \neq k \cdot T_0$

- ◆ Les lobes latéraux génèrent des bandes latérales.

- ◆ L'amplitude mesurée n'est pas la bonne.

Les fenêtres de pondération

► Les fenêtres de pondération : Utilité

La condition $T_E = k \cdot T_0$ (nombre entier de périodes dans l'échantillon) n'est en pratique pas vérifiée en analyse spectrale car :

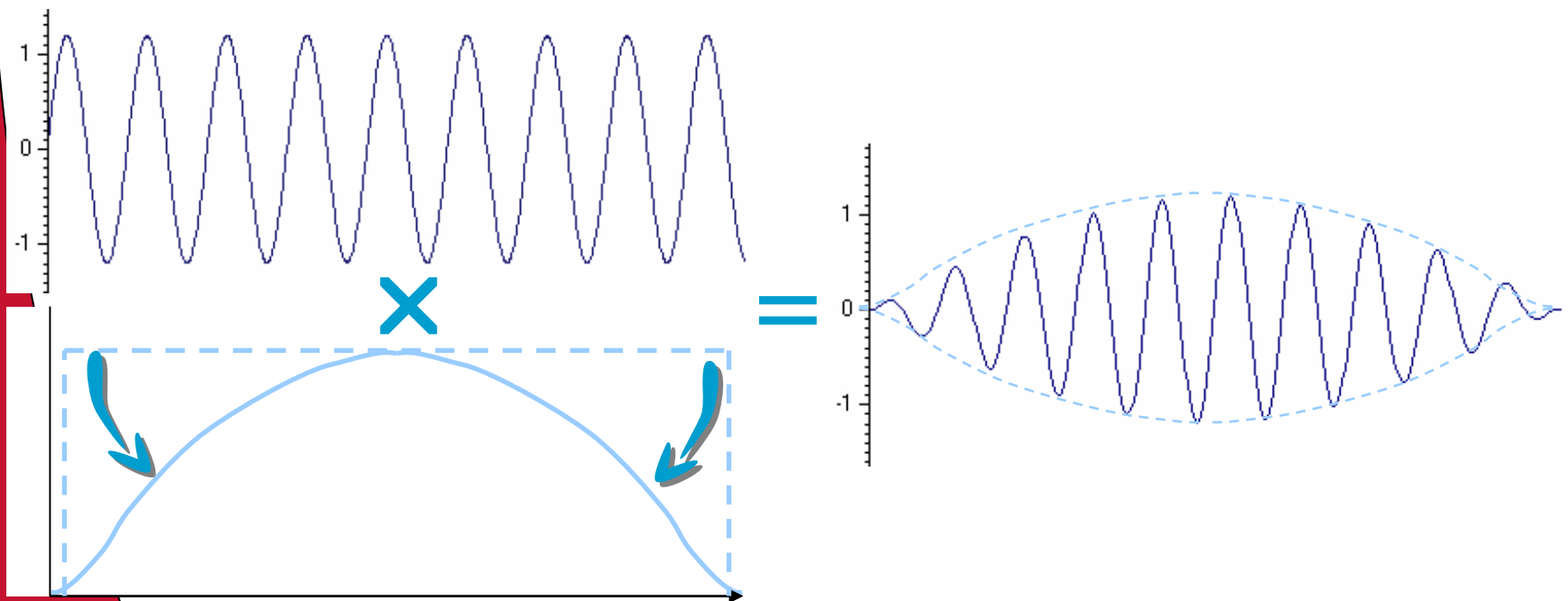
- ◆ On s'intéresse à un grand nombre de fréquences
- ◆ On ne connaît pas à priori les fréquences du signal

L'utilisation des **fenêtres de pondération** permet de limiter les erreurs d'estimation causées par le fenêtrage temporel simple, appelé **fenêtre rectangulaire**.

Les fenêtres de pondération

► Les fenêtres de pondération : Principe

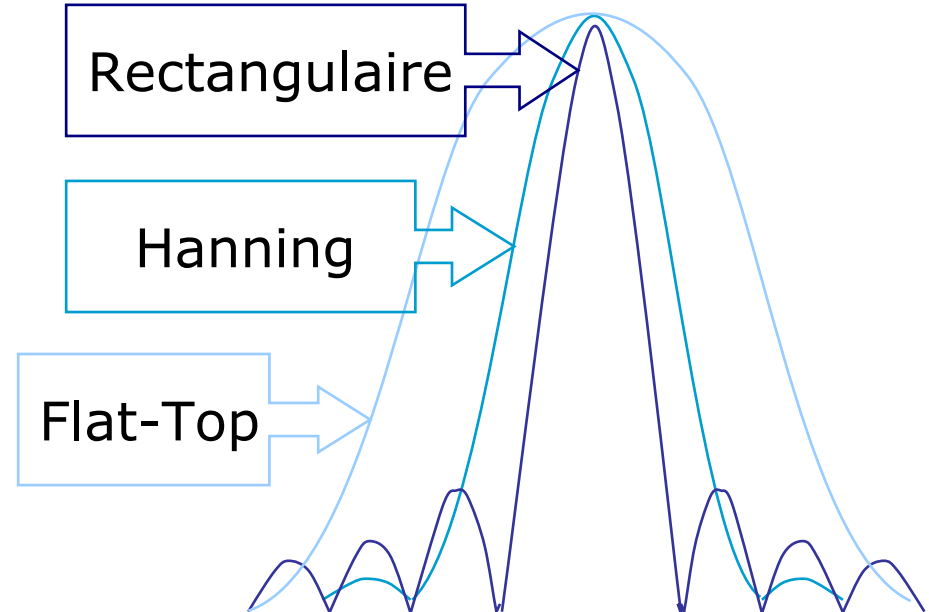
Les fenêtres de pondération créent artificiellement un recouvrement des extrémités de l'échantillon temporel :



Les fenêtres de pondération

► Les fenêtres de pondération : Principe

Les profils des fenêtres de pondération ont pour but de limiter les amplitudes des lobes latéraux de leurs transformées de Fourier. Ceci est réalisé au détriment de la largeur du lobe principal qui augmente.

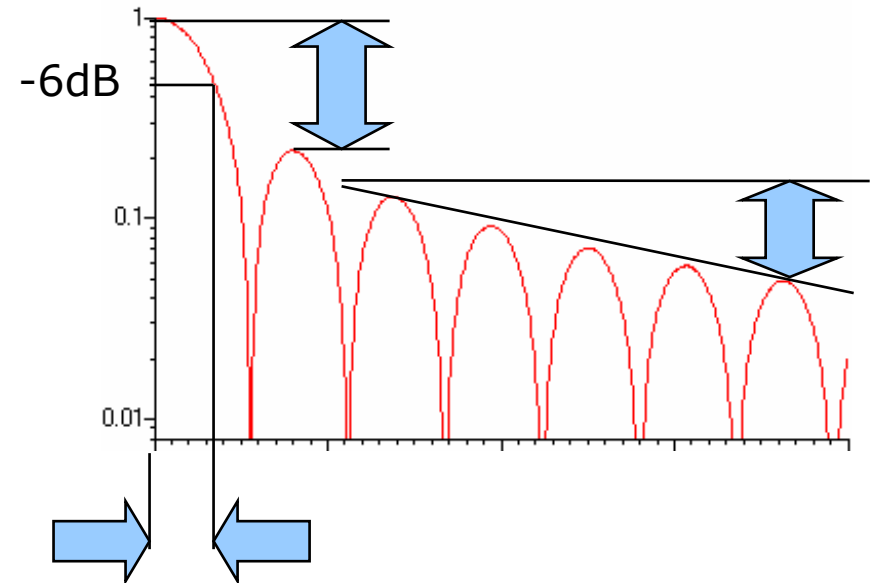


Les fenêtres de pondération

► Caractéristiques des fenêtres de pondération

Les caractéristiques principales des différentes fenêtres de pondération sont déterminées sur leur transformées de Fourier :

- ◆ Le rapport entre le maximum d'amplitude du lobe secondaire le plus élevé et le maximum d'amplitude du lobe central en dB
- ◆ La largeur du lobe principal
- ◆ L'atténuation des lobes secondaires en dB/octave



Les fenêtres de pondération

► Caractéristiques des fenêtres de pondération

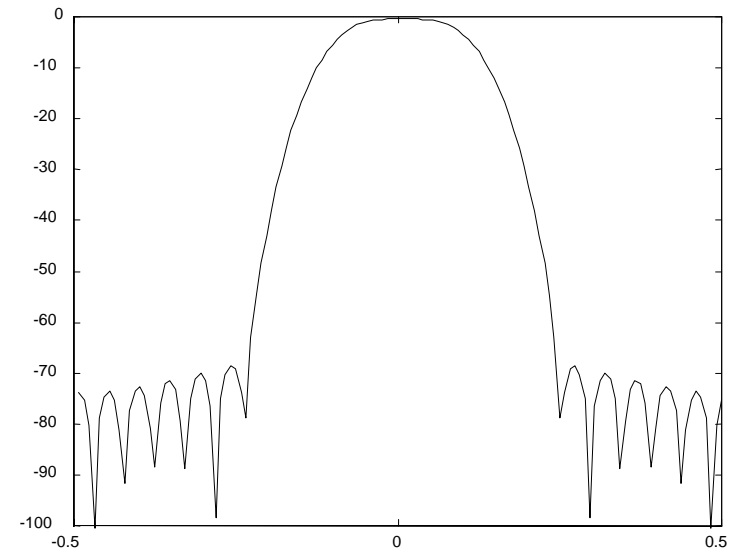
Le tableau ci-dessous résume les caractéristiques des fenêtres courantes en analyse spectrale :

Fenêtre	largeur -3dB Lobe princip.	Niveau lobes secondaires	Atténuation (dB/octave)
Rectangulaire	0.88 ΔF	-13 dB	6
Hamming	1.30 ΔF	-43 dB	6
Hanning	1.44 ΔF	-32 dB	18
Flat-Top	2.94 ΔF	-44 dB	6

Les fenêtres de pondération

► Les fenêtres usuelles : La **fenêtre rectangulaire**

- ◆ Meilleure résolution fréquentielle pour un nombre d'échantillons donné : Largeur du lobe à -3 dB = $0.88 \Delta F$
- ◆ Lobes secondaires d'amplitude élevée (-13 dB) à l'origine d'incertitudes importantes sur l'amplitude des raies.

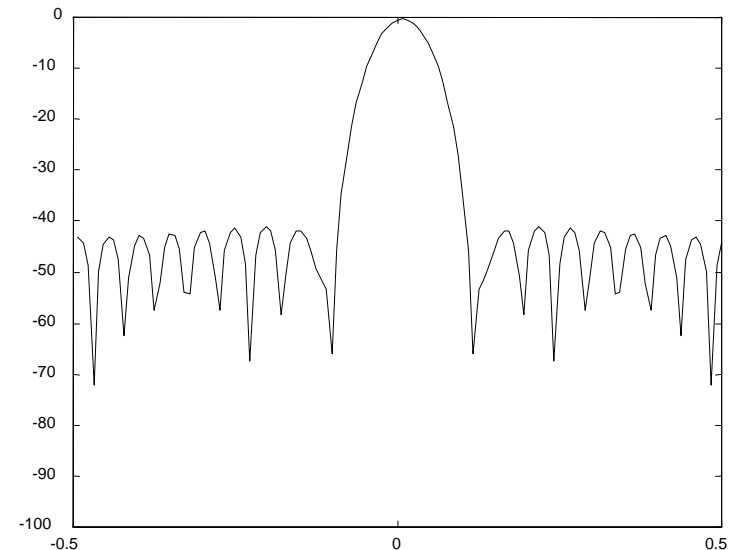


- Utilisation : Analyse temporelle du signal (pas de FFT)

Les fenêtres de pondération

► Les fenêtres usuelles : La **fenêtre de Hamming**

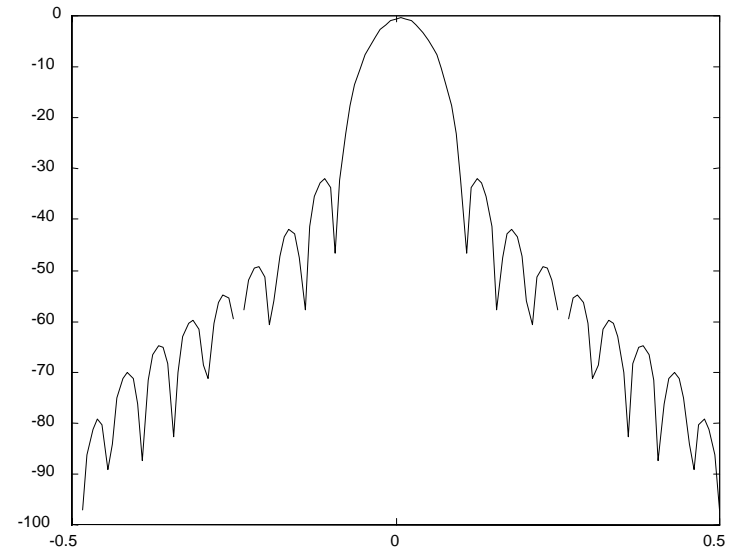
C'est une fenêtre qui présente des amplitudes de lobes secondaires plus faibles que la fenêtre de Hanning, et une largeur de lobe principal inférieure. Par contre, l'atténuation des lobes latéraux suivants étant moindre, on lui préfère généralement Hanning, sauf en présence de raies spectrales très proches où sa résolution supérieure est avantageuse.



Les fenêtres de pondération

- ▶ Les fenêtres usuelles : La **fenêtre de Hanning**
C'est la fenêtre qui réalise le meilleur compromis entre la résolution fréquentielle et la précision sur la mesure de l'amplitude.

Elle convient pour la plupart des signaux rencontrés en analyse vibratoire.

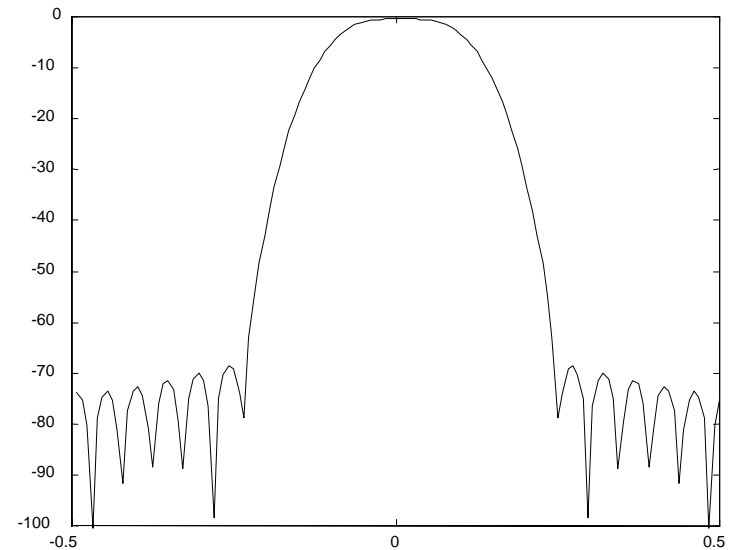


Les fenêtres de pondération

► Les fenêtres usuelles : La **fenêtre Flat-Top**

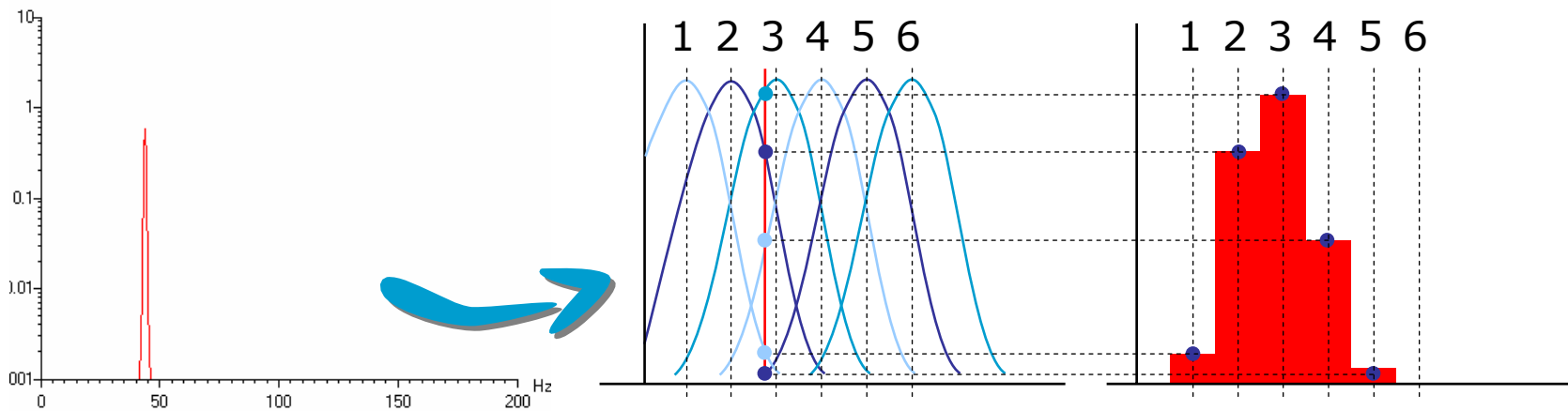
C'est la fenêtre présentant les lobes secondaires de plus faible amplitude et donc la meilleure résolution en amplitude. Sa résolution en fréquence est par contre la plus faible.

On l'utilise donc exclusivement en calibration d'instruments, ou pour la mesure très précise de raies spectrales connues.



Les fenêtres de pondération

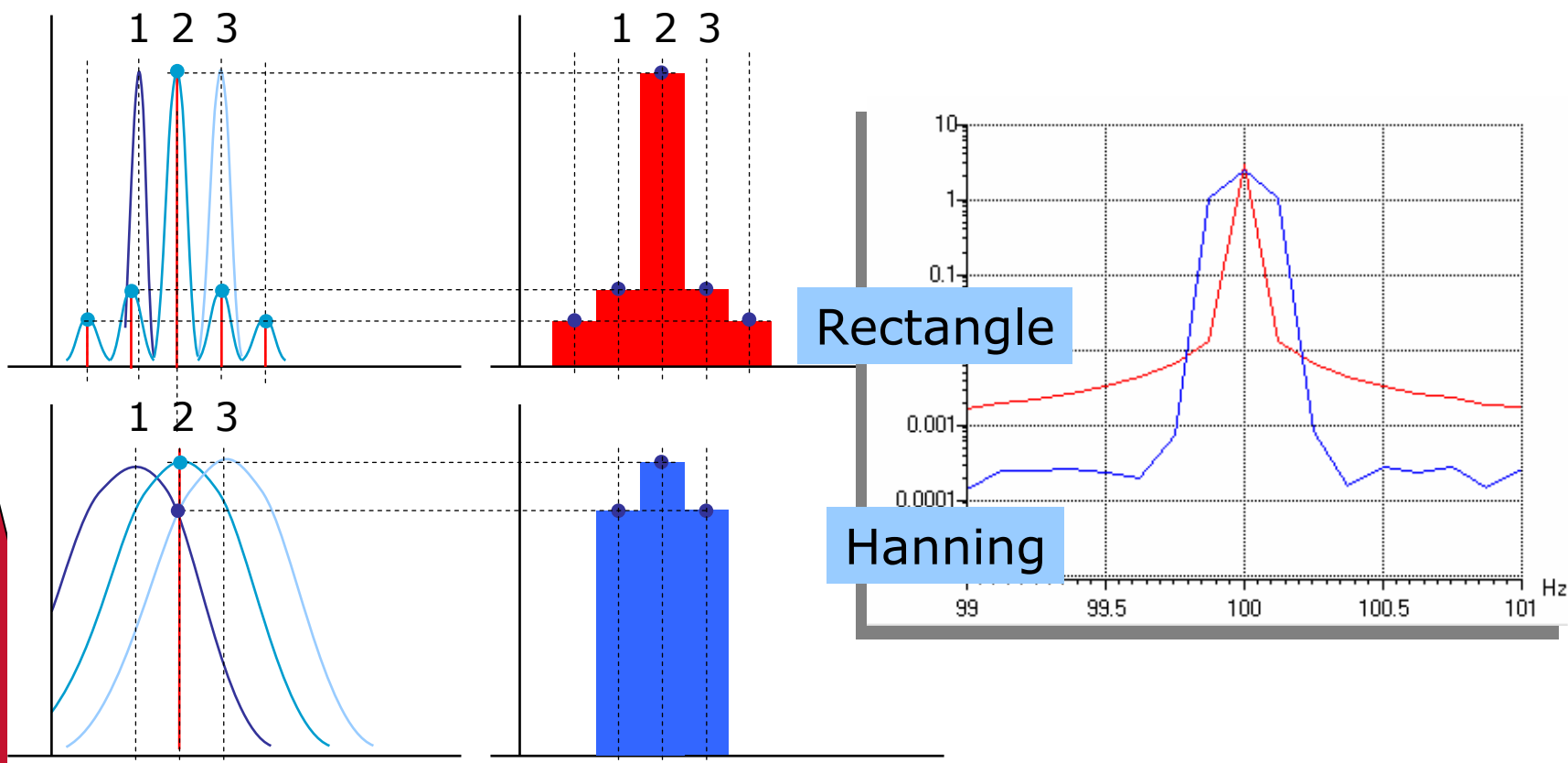
- ▶ Influence de la fenêtre de pondération sur le spectre
 Dans le calcul de la FFT de l'échantillon après fenêtrage, chaque canal du spectre se comporte comme un filtre dont la forme épouse le profil de la transformée de la fenêtre.



Une fréquence discrète du spectre réel est ainsi distribuée dans plusieurs canaux adjacents de l'analyseur.

Les fenêtres de pondération

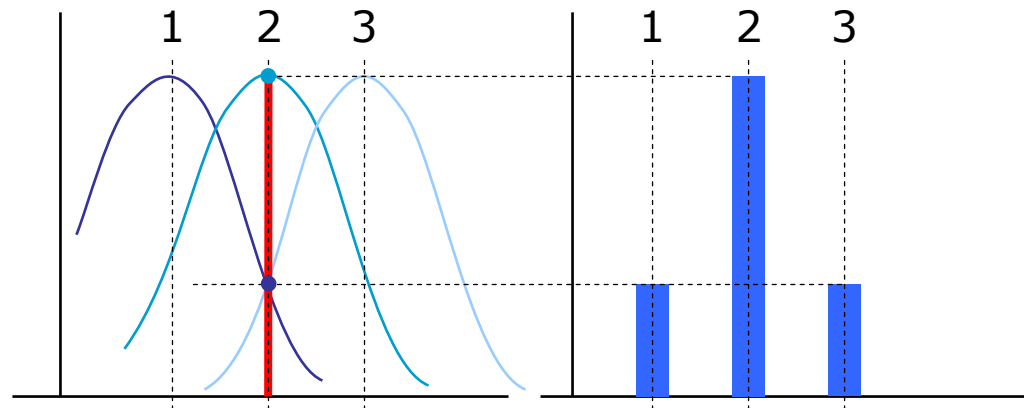
► Influence de la fenêtre de pondération sur le spectre



Les fenêtres de pondération

► Erreur d'amplitude due à la fenêtre

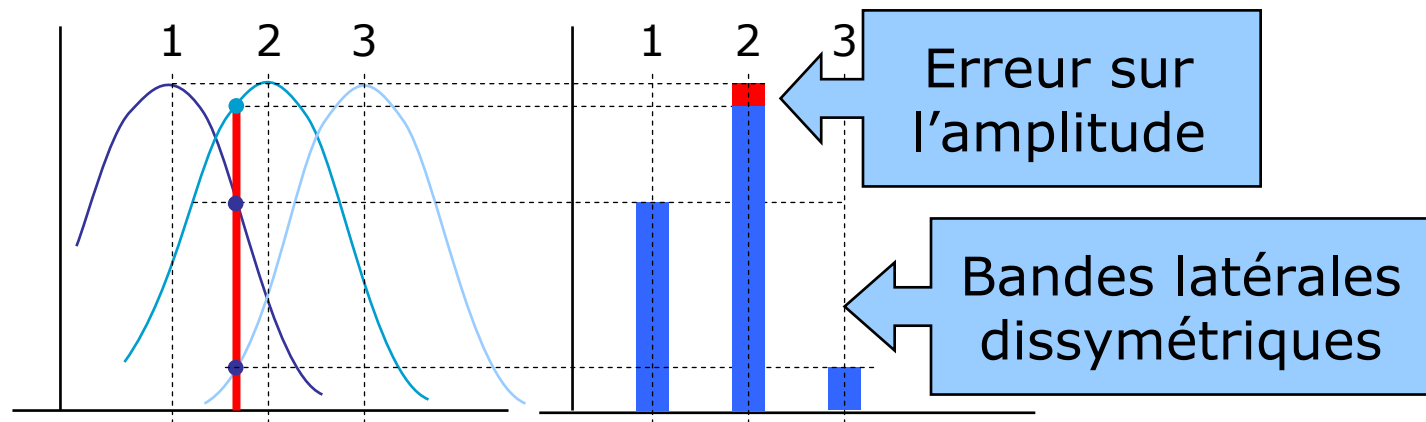
Lorsque la fréquence d'intérêt coïncide exactement avec la fréquence centrale d'un canal d'analyse, l'amplitude affichée pour la raie correspondante est exacte. Les raies latérales, qui n'ont pas de réalité physique, sont d'amplitudes égales.



Les fenêtres de pondération

► Erreur d'amplitude due à la fenêtre

Lorsque la fréquence d'intérêt ne coïncide pas exactement avec la fréquence centrale du canal d'analyse, l'amplitude affichée pour la raie correspondante est entachée d'une erreur, variable selon les fenêtres. Les raies latérales sont d'amplitudes différentes.



Les fenêtres de pondération

► Erreur d’amplitude due à la fenêtre

Les erreurs d’amplitude maximales dues au mauvais centrage de la raie dans le canal d’analyse sont données dans le tableau ci-contre, en fonction du type de fenêtre utilisé.

Fenêtre	Erreur max. (dB)
Rectangulaire	3.92
Hamming	1.42
Hanning	1.75
Flat-Top	<0.01

Les fenêtres de pondération

► Choix de la fenêtre de pondération pour la FFT

Le choix d'une fenêtre de pondération doit être fait en fonction du signal analysé et des grandeurs recherchées.

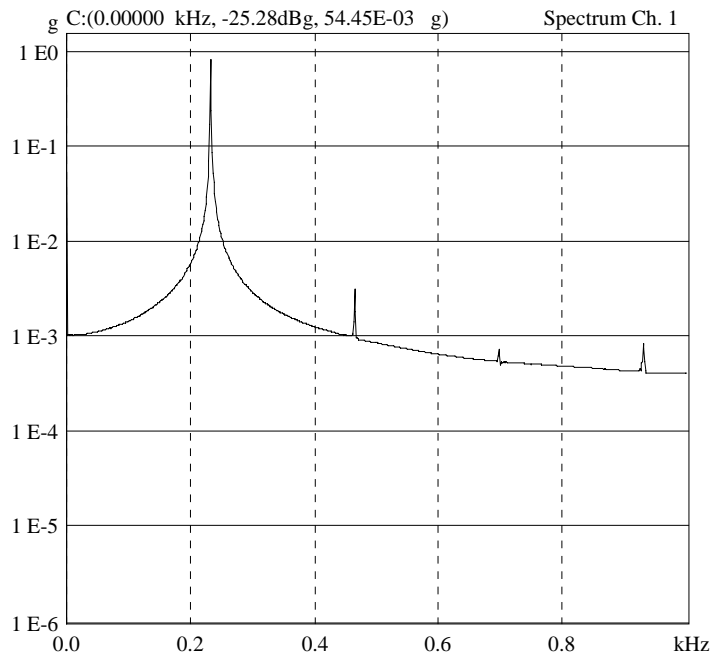
Le tableau ci-contre permet de déterminer en première approche le type de fenêtre adapté selon la nature du signal.

Type de signal	Fenêtre
Sinus ou combinaison de sinus	Hanning
Sinusoïde (recherche de l'amplitude)	Flat-Top
Signaux vibratoires	Hanning
Bruit large bande	Rectangle
Sinusoïdes de fréquences proches	Hamming
Inconnu	Hanning

Les fenêtres de pondération

- Choix de la fenêtre de pondération : Exemple

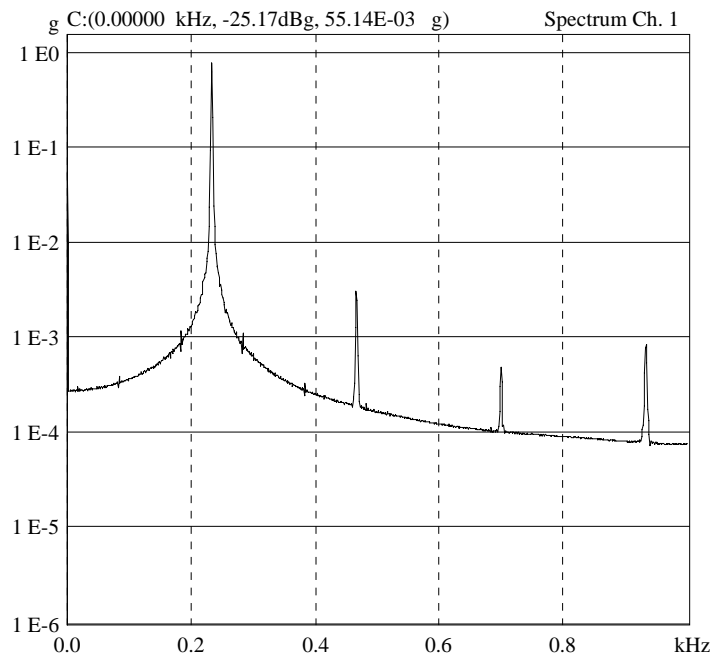
Allure du spectre d'un signal sinusoïdal pondéré par la fenêtre rectangulaire



Les fenêtres de pondération

- Choix de la fenêtre de pondération : Exemple

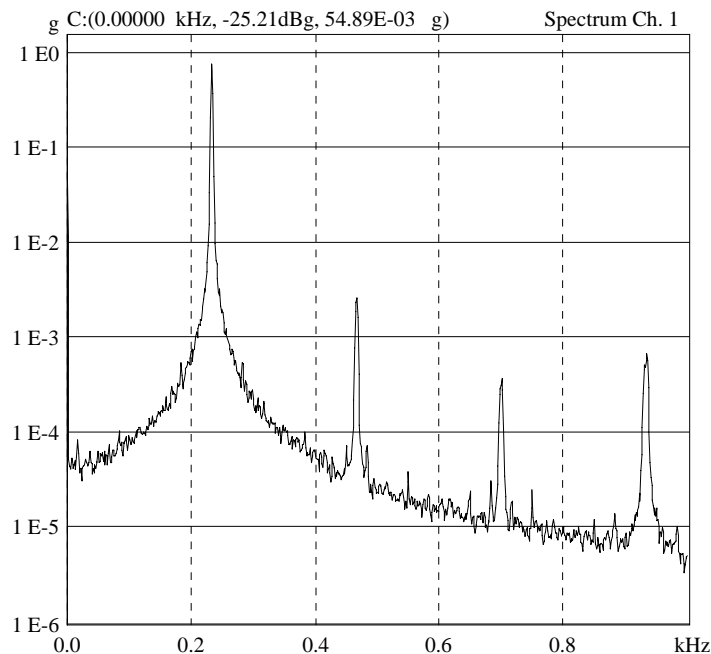
Allure du spectre d'un signal sinusoïdal pondéré par la fenêtre de Hamming



Les fenêtres de pondération

- Choix de la fenêtre de pondération : Exemple

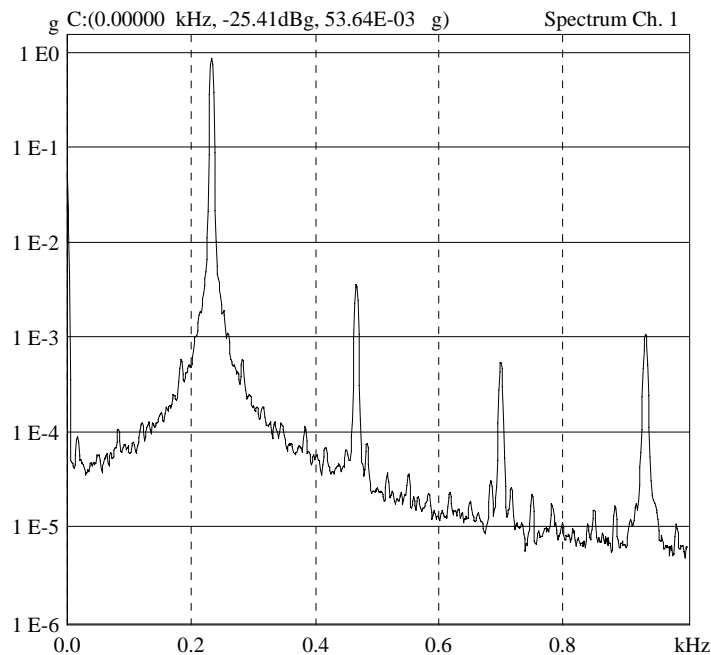
Allure du spectre d'un signal sinusoïdal pondéré par la fenêtre de Hanning



Les fenêtres de pondération

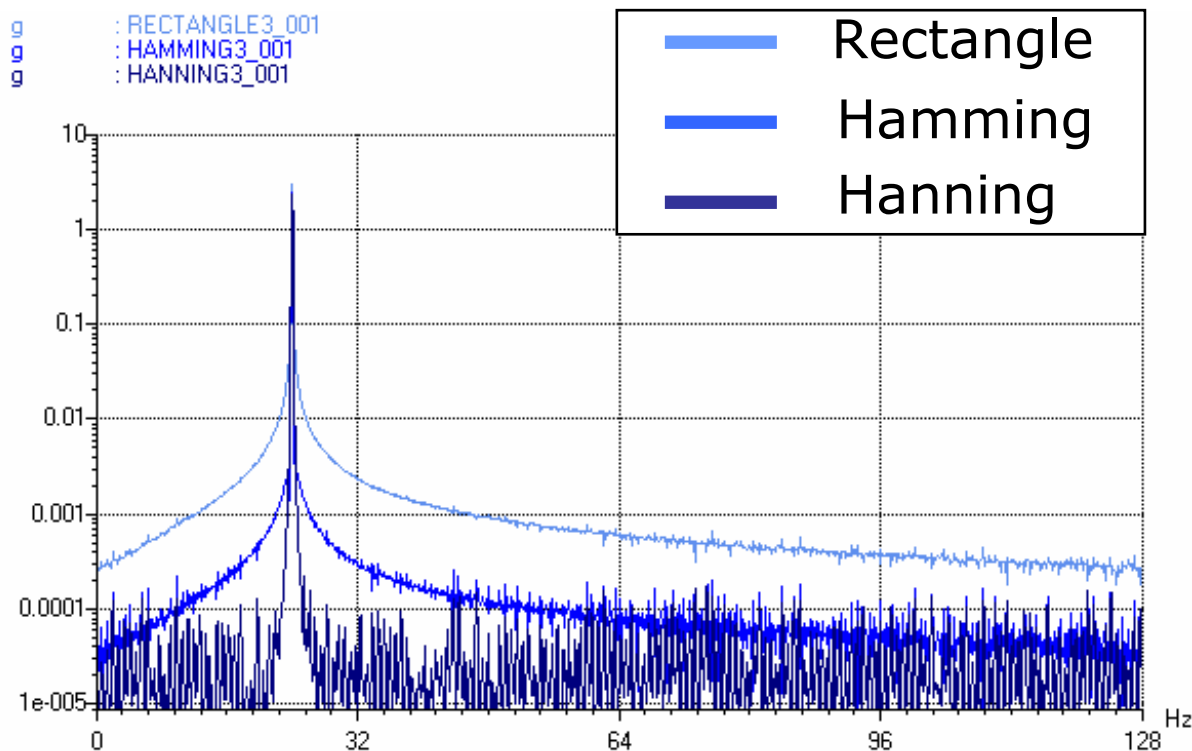
- Choix de la fenêtre de pondération : Exemple

Allure du spectre d'un signal sinusoïdal pondéré par la fenêtre Flat-Top



Les fenêtres de pondération

- Choix de la fenêtre de pondération : Exemple



Le moyennage

► Les différents types de moyennage

On trouve sur la plupart des systèmes d'analyse vibratoire les fonctions de moyennage suivantes :

- Moyennage dans le domaine temporel (avant traitement FFT)
- Moyennage dans le domaine fréquentiel (après traitement FFT)
 - ➔ Moyennage linéaire
 - ➔ Moyennage exponentiel
 - ➔ Moyennage crête

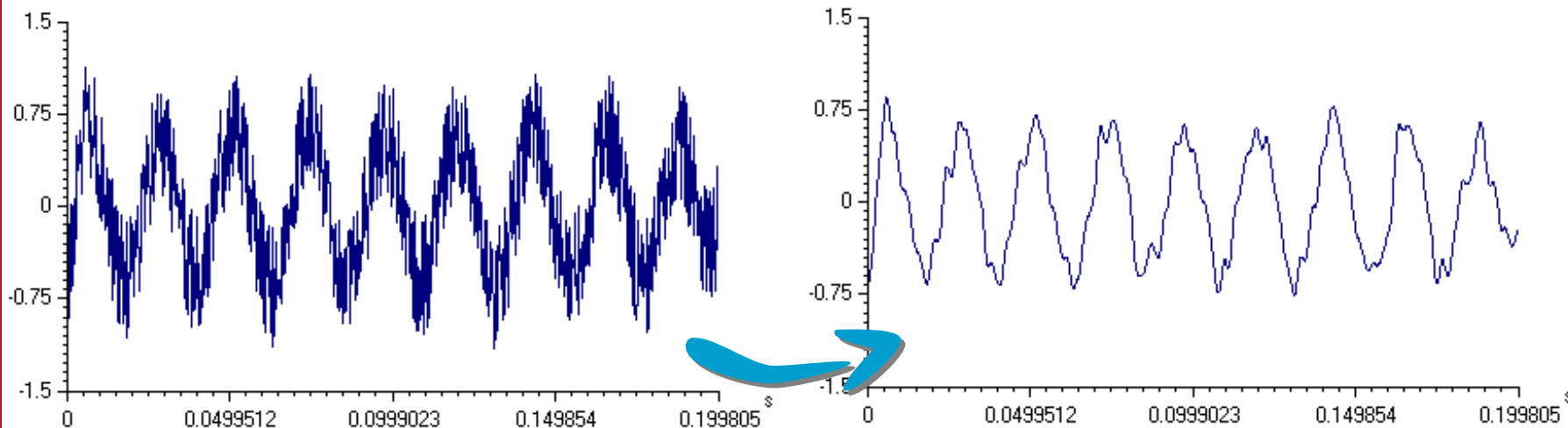
Le moyennage

- ▶ Le moyennage temporel (avant FFT)
 - ◆ But : Améliorer le **rapport signal sur bruit** du signal acquis, c'est à dire extraire le signal du bruit parasite.
 - ◆ Principe : Moyennage des blocs d'échantillons temporels successifs
 - ◆ Restrictions : Les blocs d'échantillons temporels doivent être acquis avec une référence de phase commune. Les acquisitions successives doivent donc **impérativement être déclenchées par une source externe** reproductible (par exemple un top-tour).

Le moyennage

► Le moyennage temporel (avant FFT)

Le bruit est par nature aléatoire : Plus le nombre d'échantillons temporels intervenant dans la moyenne est élevé, plus le niveau de bruit résultant est faible.



Le moyennage

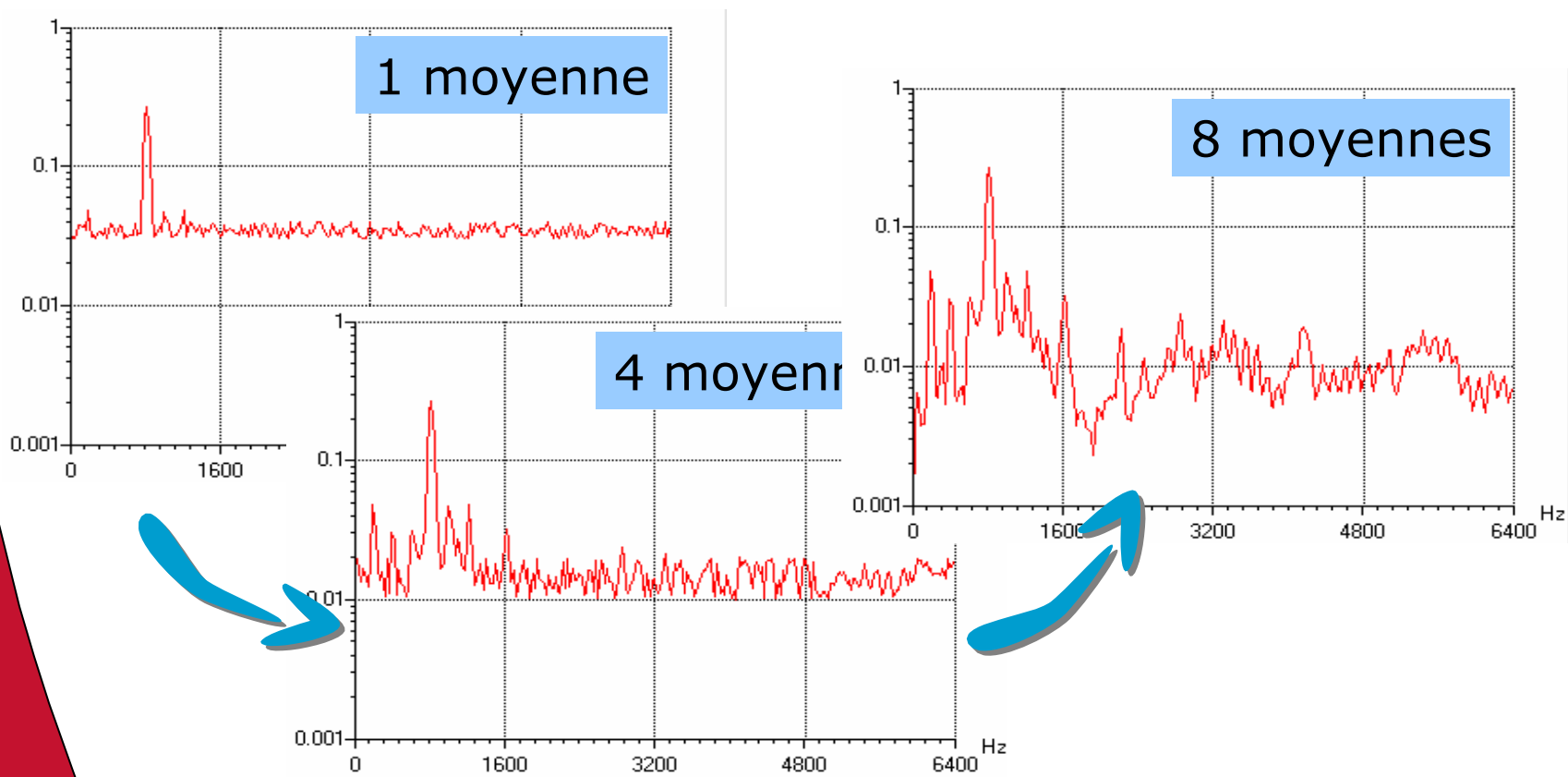
- ▶ Le moyennage fréquentiel (après FFT)
 - ◆ But : Augmenter la précision des mesures d'amplitudes par estimation statistique. Le moyennage fréquentiel n'augmente pas le rapport signal sur bruit.
 - ◆ Principe : Moyennage des blocs d'échantillons fréquentiels successifs
 - ◆ Restrictions : A réserver aux phénomènes dont les composantes spectrales ne se déplacent pas ou peu au cours des différentes acquisitions (variations de vitesse sur une machine tournante par exemple).

Le moyennage

- ▶ Le moyennage fréquentiel linéaire
 - ◆ Principe : Les spectres successifs ont tous le même « poids » dans le résultat final.
 - ◆ Restrictions : A réserver aux phénomènes dont les composantes spectrales ne se déplacent pas au cours des différentes acquisitions (variations de vitesse sur une machine tournante par exemple).

Le moyennage

► Le moyennage fréquentiel linéaire

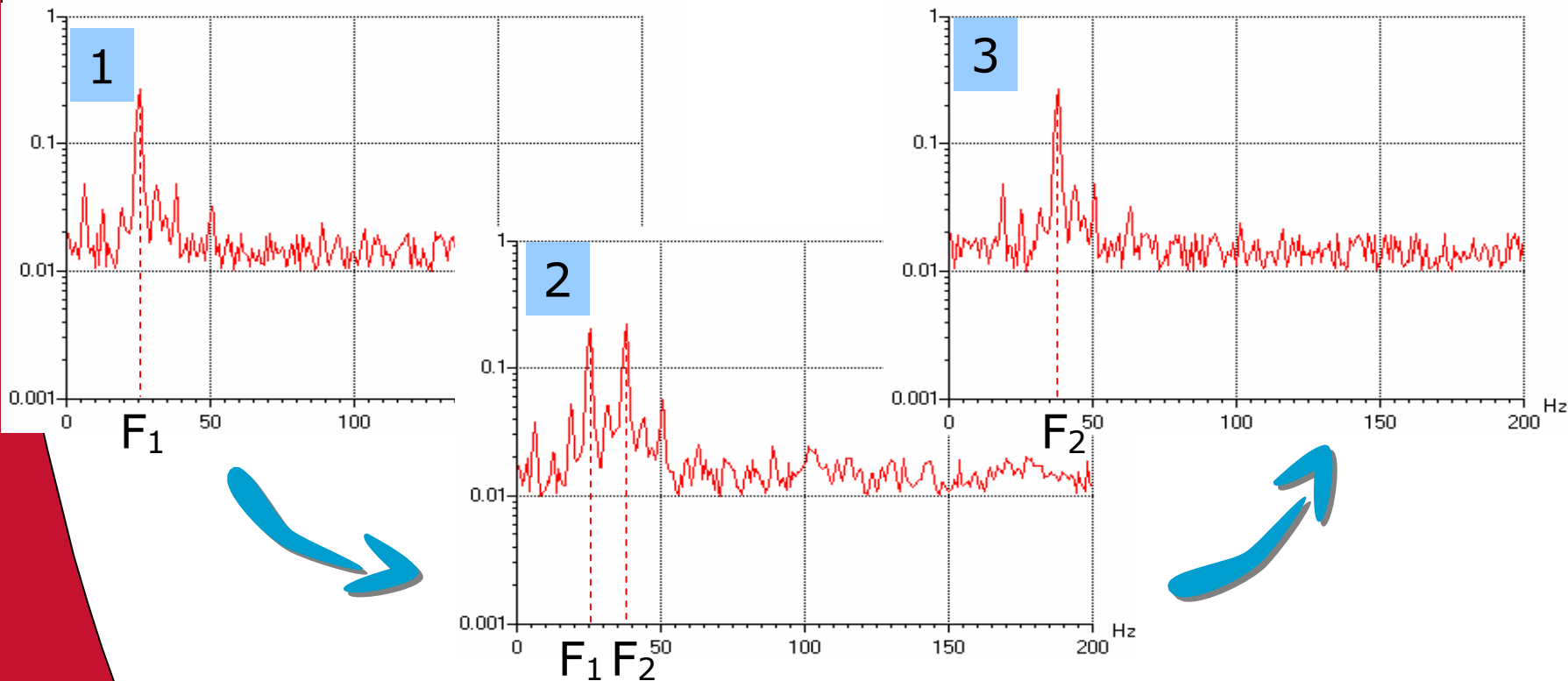


Le moyennage

- ▶ Le moyennage fréquentiel exponentiel
 - ◆ Principe : Les spectres successifs ont un « poids » dépendant de leur ordre d'arrivée, les plus anciens ayant moins d'influence que les plus récents.
 - ◆ Intérêt : Moyennage mieux adapté à l'analyse de signaux dont les composantes spectrales se déplacent (modérément) au cours des acquisitions successives.

Le moyennage

► Le moyennage fréquentiel exponentiel



Le moyennage

- ▶ Le moyennage fréquentiel crête
 - ◆ Principe : Ce n'est pas un moyennage ! Le moyennage crête conserve les valeurs maximales atteintes par chacune des composantes fréquentielles des différents spectres calculés.
 - ◆ Intérêt :
 - ✓ Observation de régimes transitoires (montée/descente en vitesse)
 - ✓ Mise en évidence de vitesses critiques sur machines tournantes.

Le moyennage

- ▶ Le moyennage fréquentiel crête

