

Analyse vibratoire des machines tournantes

Les fonctions spécifiques

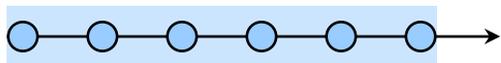
Chapitre 6

La concaténation de spectres

► Introduction

Un spectre concaténé est un spectre composé de plusieurs spectres unitaires :

[0-200] Hz $\Rightarrow \Delta F = 0.25$ Hz



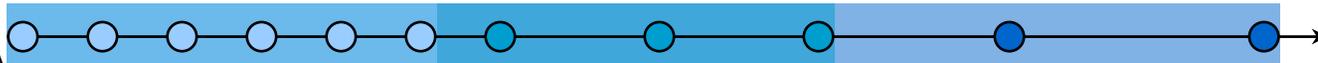
[0-2000] Hz $\Rightarrow \Delta F = 2.5$ Hz



[0-20000] Hz $\Rightarrow \Delta F = 25$ Hz

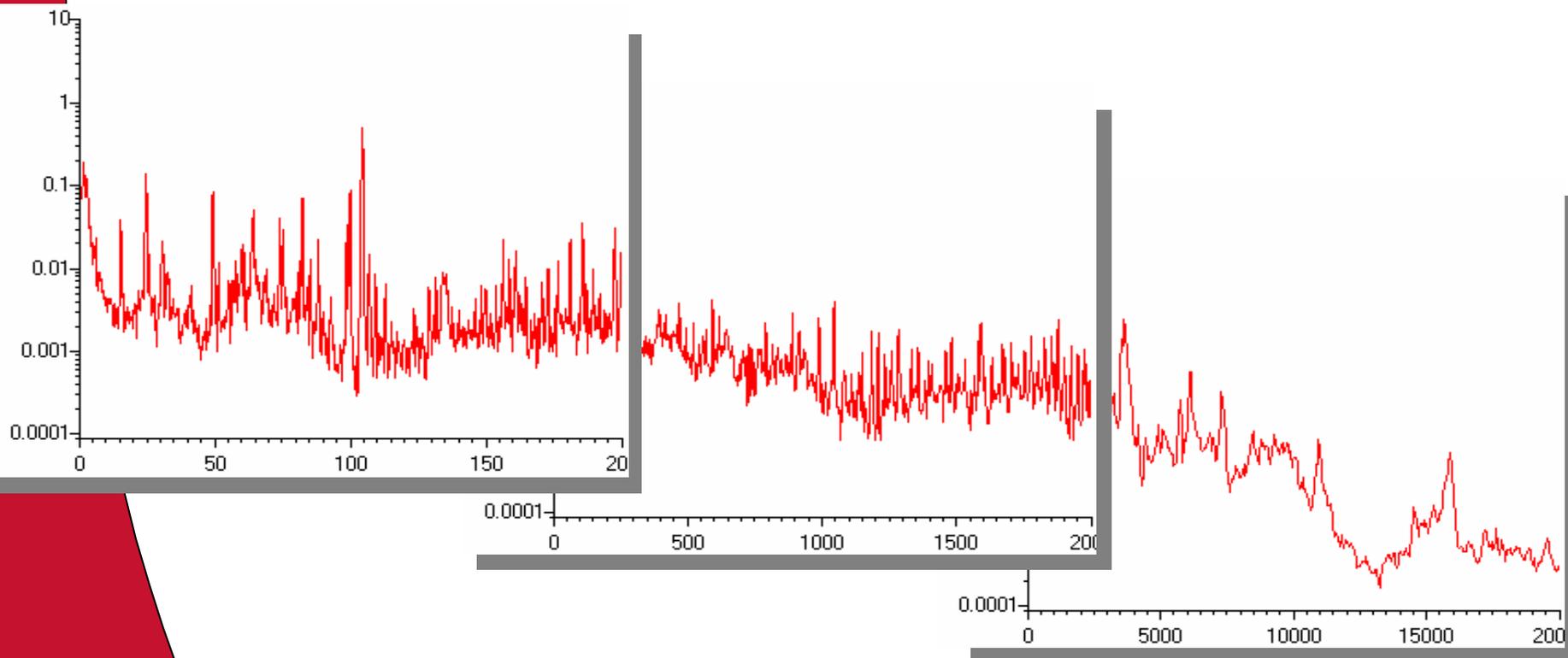


Spectre concaténé



La concaténation de spectres

► Principe



La concaténation de spectres

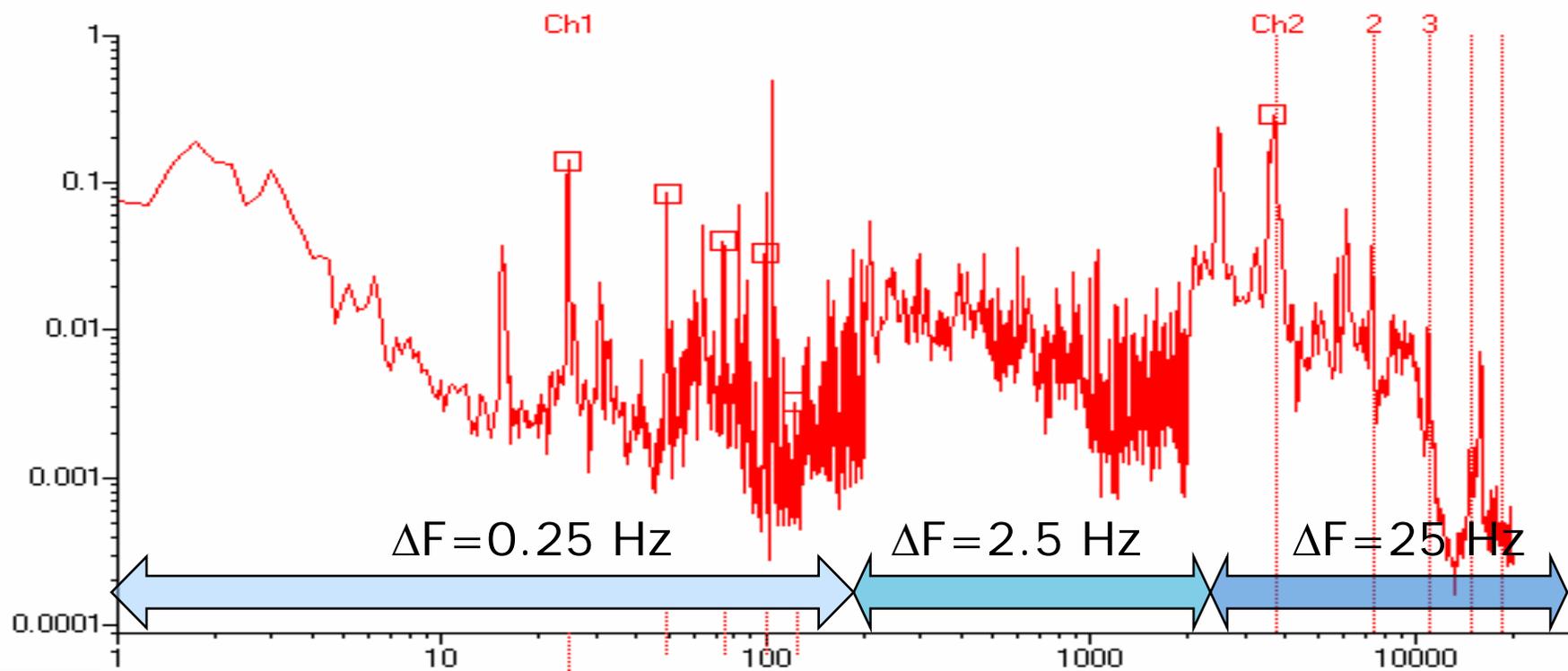
► Avantages

Le spectre concaténé présente les avantages suivants :

- Affichage d'un spectre unique avec la résolution fréquentielle adaptée dans chaque gamme de fréquences
- Comparaison simplifiée des mesures en différents points de mesure
- Possibilité d'utiliser des outils d'analyse puissants tels que les curseurs harmoniques et les curseurs de bandes latérales

La concaténation de spectres

► Exemple



Le zoom

► Introduction

La fonction zoom permet d'atteindre une résolution en fréquence très élevée dans une portion donnée quelconque du spectre.

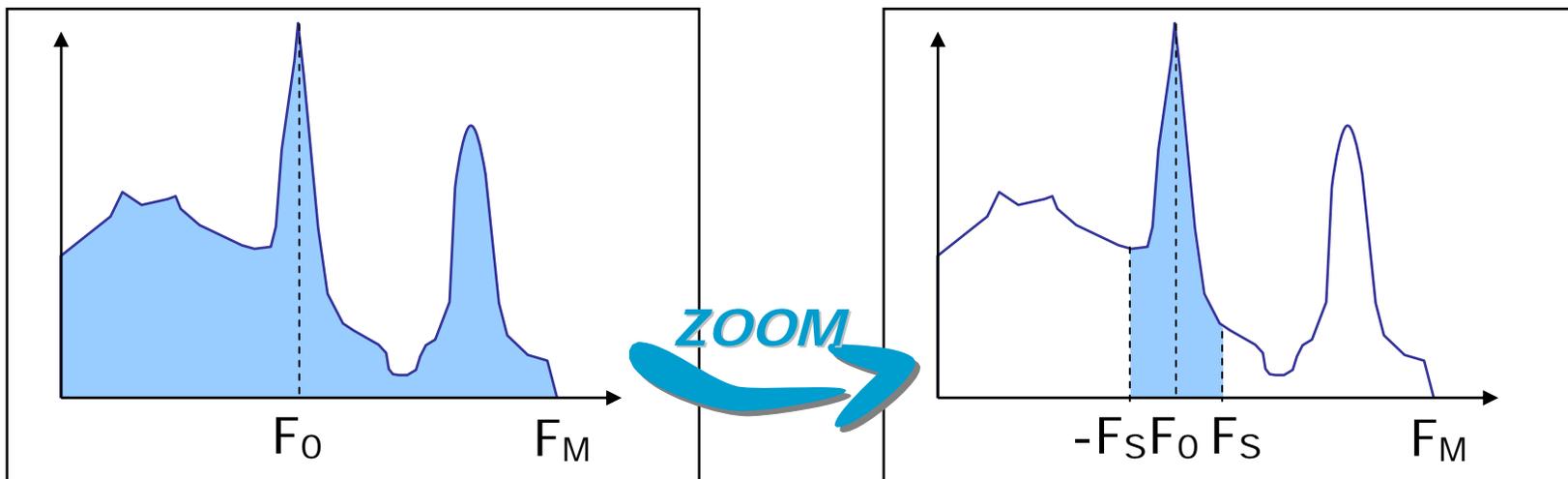
Elle est utile en présence de phénomènes de fréquences très proches tels que les phénomènes magnétiques sur moteurs électriques asynchrones :

- Balourd magnétique et balourd mécanique
- Défaut d'anisotropie rotorique (modulation des fréquences d'encoches)

Le zoom

► Principe

Le zoom par un facteur k consiste à concentrer les N points d'échantillonnage de la bande $[0; F_M]$ de largeur F_M dans une bande de largeur F_M/k centrée autour d'une fréquence F_0 .

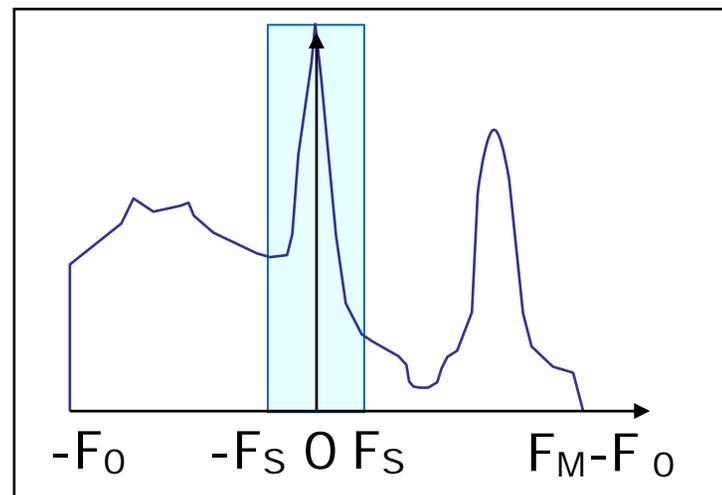
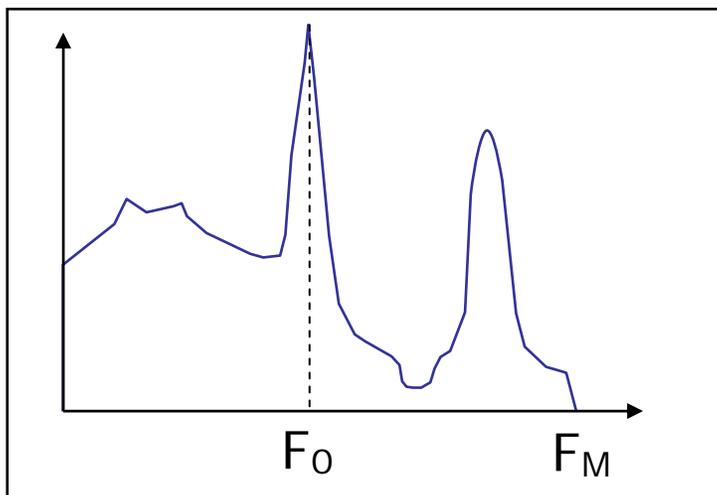


La résolution devient $\Delta F/k$ dans la bande d'analyse.

Le zoom

► Principe

L'algorithme de calcul utilise une transposition du signal sur l'axe des fréquences, un filtrage passe-bande $[-F_s; +F_s]$, un sous-échantillonnage (1 échantillon sur k est gardé) et la FFT.



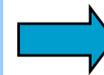
Le zoom

► Influence sur le temps d'acquisition

Soient :

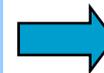
- F_E : Fréquence d'échantillonnage
- F_{EZ} : Fréquence d'échantillonnage en mode zoom
- N : Nombre de point acquis
- T : Durée de l'acquisition
- T_Z : Durée de l'acquisition en mode zoom

$$\Delta F = \frac{1}{T} = \frac{F_E}{N}$$



$$T = \frac{N}{F_E}$$

$$2.F_S = \frac{F_M}{k}$$



$$F_{EZ} = \frac{F_E}{k}$$



$$T_Z = \frac{N}{F_{EZ}} = k.T$$

Le temps d'acquisition est multiplié par k.

La détection d'enveloppe

► Généralités

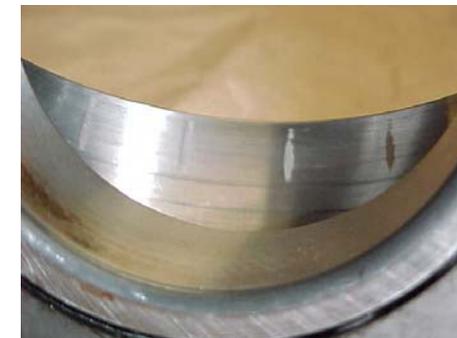
La détection d'enveloppe est un traitement qui permet l'étude des phénomènes de modulation. Elle permet la mise en évidence de la **fréquence modulante**, souvent noyée dans un spectre de raies plus énergétiques.

En analyse vibratoire, elle est préconisée pour le diagnostic de défauts de roulements à un stade précoce, ainsi que pour l'étude des phénomènes de modulation mécaniques (engrènement) ou électriques (moteurs asynchrones).

La détection d'enveloppe

- ▶ Les défauts de roulement : Rappels
Les défauts de roulement à un stade précoce sont des défauts localisés sur les éléments roulants :

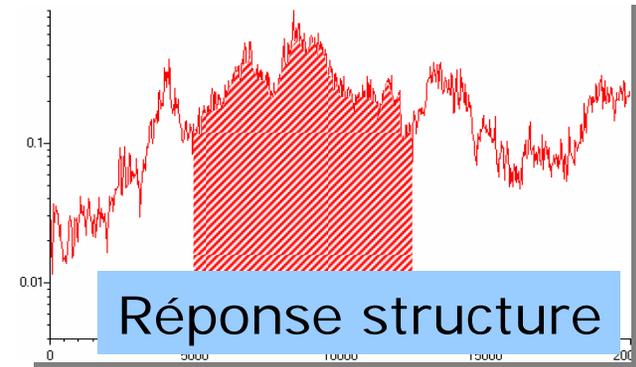
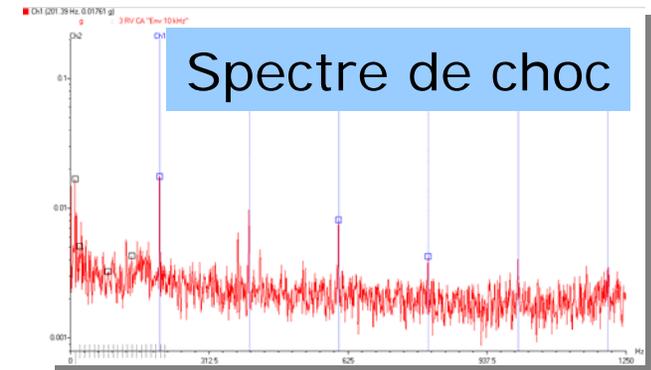
- Bagues interne
- Bague externe
- Éléments roulants



Ces défauts se manifestent par des chocs périodiques, de faible amplitude, dont les fréquences de répétition dépendent de la géométrie du roulement.

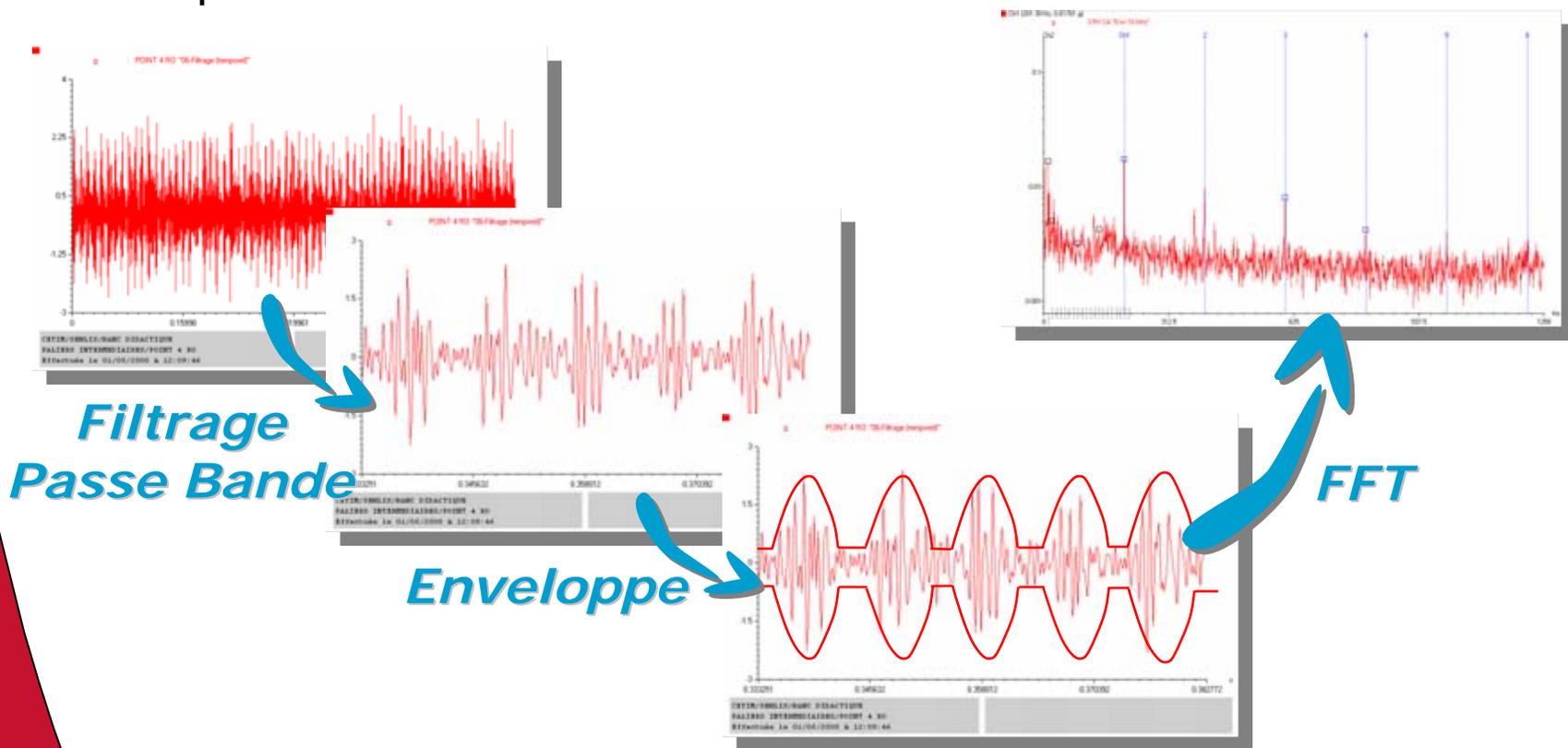
La détection d'enveloppe

- ▶ Les défauts de roulement : Rappels
 - ◆ Les chocs durs excitent les fréquences de résonance du roulement et du palier d'accueil : La réponse est une vibration large bande centrée sur les fréquences de résonance locaux.
 - ◆ Le spectre de chocs n'est généralement pas observable directement en raison des amplitudes faibles des raies du peigne.
 - ◆ La détection d'enveloppe permet la mise en évidence de ce spectre.



La détection d'enveloppe

► Principe



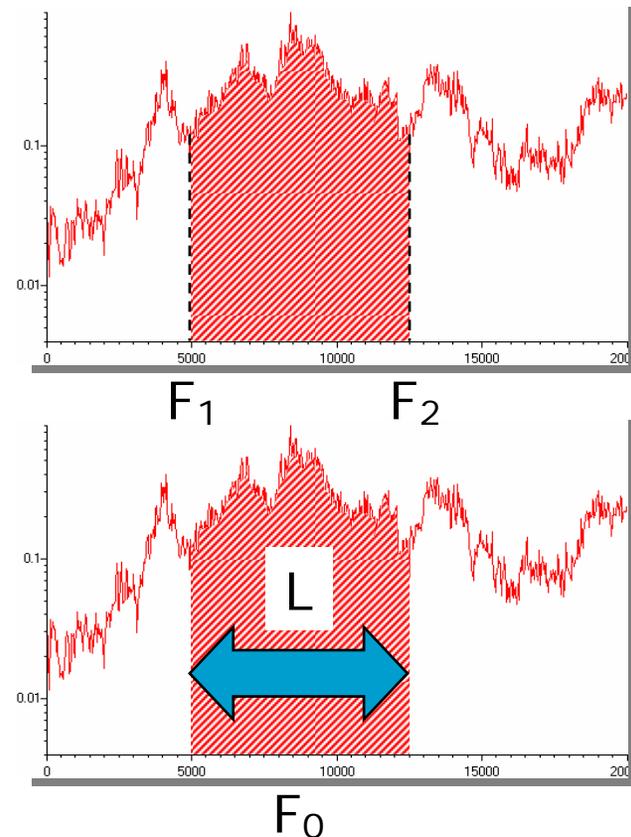
La détection d'enveloppe

► Utilisation : Définition du filtre

La bande de fréquences à démoduler peut être définie :

- Par ses bornes F_1 et F_2
- Par une fréquence centrale F_0 et une largeur L .

La bande de fréquences est choisie dans les zones d'amplification de la fonction de transfert, c'est à dire les zones d'énergie importantes sur un spectre large bande. La largeur de bande est à déterminer par essais successifs.



La détection d'enveloppe

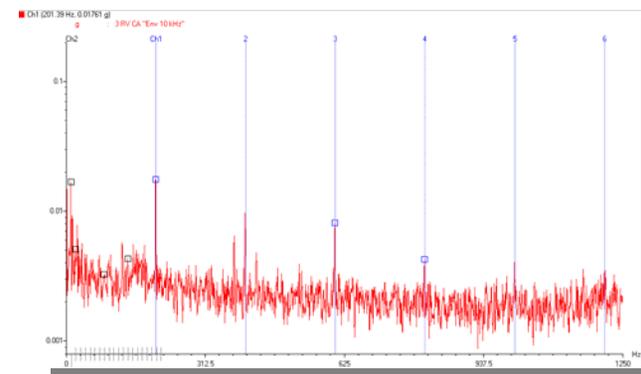
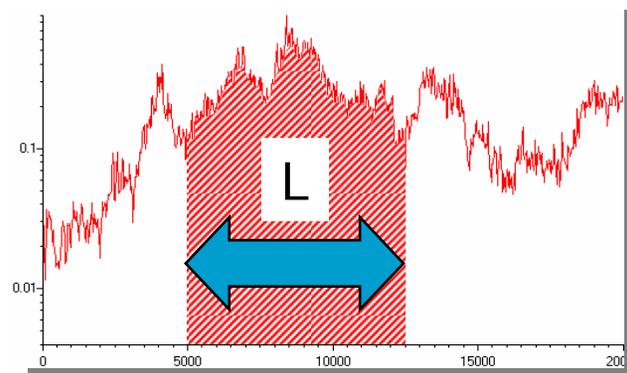
► Utilisation : Définition des paramètres FFT

● Les paramètres de la FFT

Dans le cas de défauts de roulement, les fréquences cinématiques recherchées sont des fréquences basses (qq centaines de Hz).

Le spectre affiché devra pouvoir mettre en évidence les premières harmoniques : $F_{MAX} = 1\text{kHz}$ à 2 kHz .
 Attention : La largeur du filtre passe-bande et la gamme du spectre enveloppe associé peuvent être liés :

$F_{MAX} = L/2$ sur Movipack et Movilog2



F_{MAX}

Le Cepstre

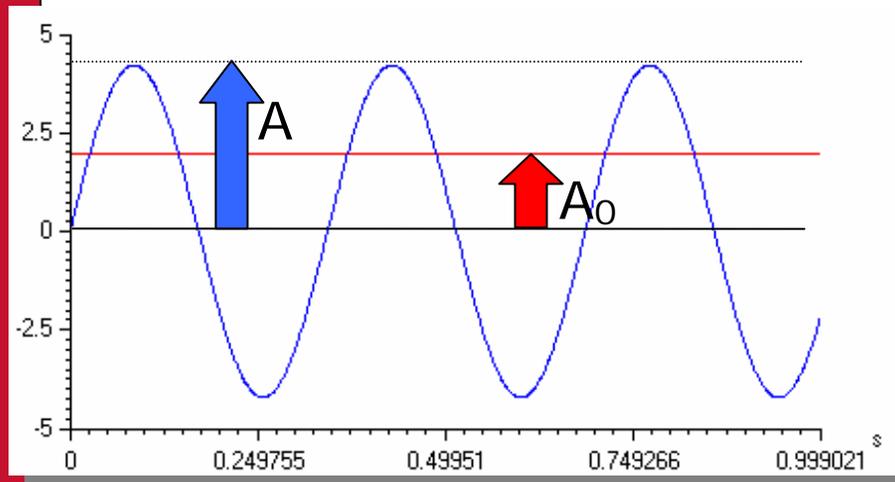
► Généralités

Le Cepstre est un outil mathématique qui permet la mise en évidence des périodicités dans un spectre en fréquence. Il associe à une famille de raies harmoniques ou un ensemble de bandes latérales une raie unique dans sa représentation graphique.

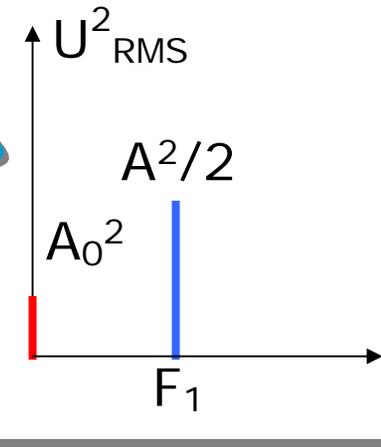
Il est utilisé pour le diagnostic des phénomènes de modulation - en fréquence ou en amplitude - et des phénomènes de chocs périodiques.

Le Cepstre

► Rappels sur la FFT

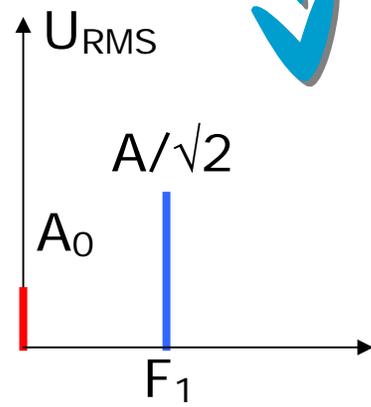


FFT



Spectre de puissance $X^2(F)$

Spectre en amplitude $X(F)$



Le Cepstre

► Principe

Le Cepstre résulte de la transformée de Fourier inverse d'un spectre de puissance : Son unité est homogène à un temps - en relation avec le domaine des fréquences - que l'on appelle **quéfrence** :

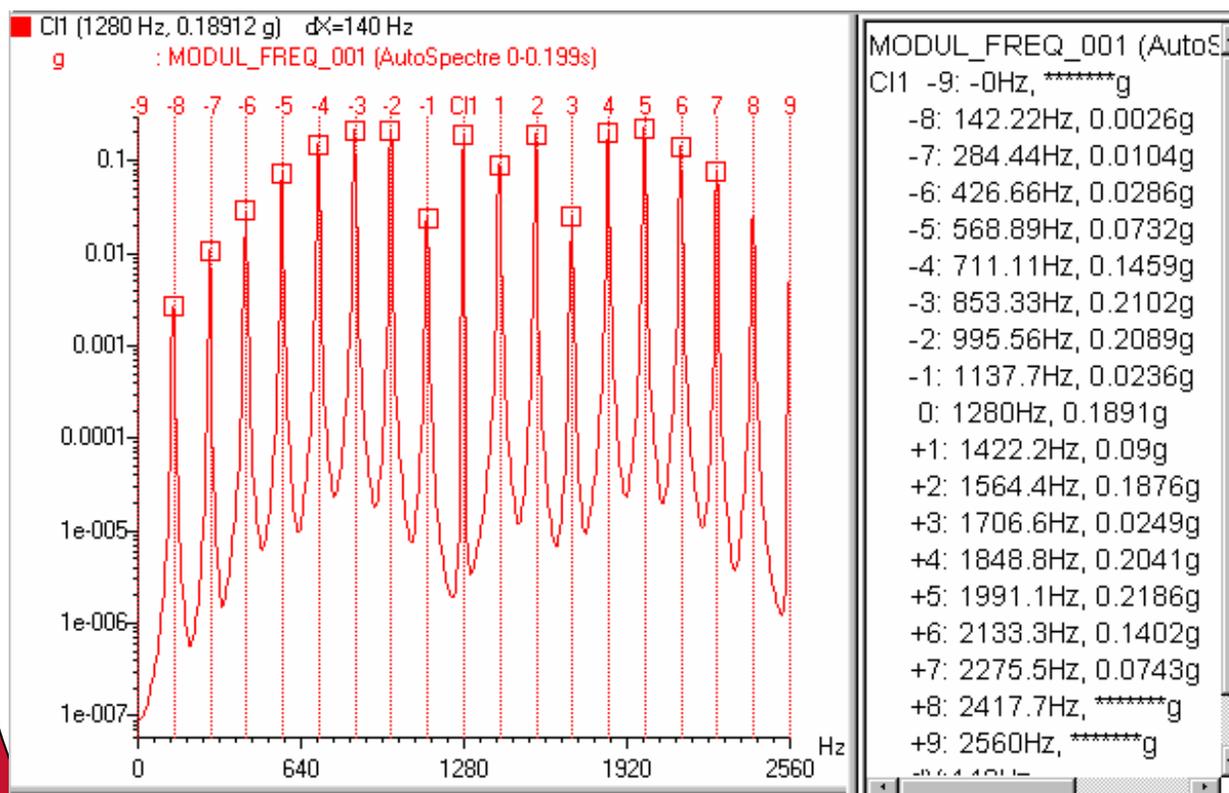
$$Ce(\tau) = TF^{-1}\{\text{Log}[X^2(F)]\} = TF^{-1}\{2.\text{Log}[X(F)]\}$$

$X(F)$: Spectre en amplitude du signal

$X^2(F)$: Spectre de puissance du signal

Le Cepstre

► Principe



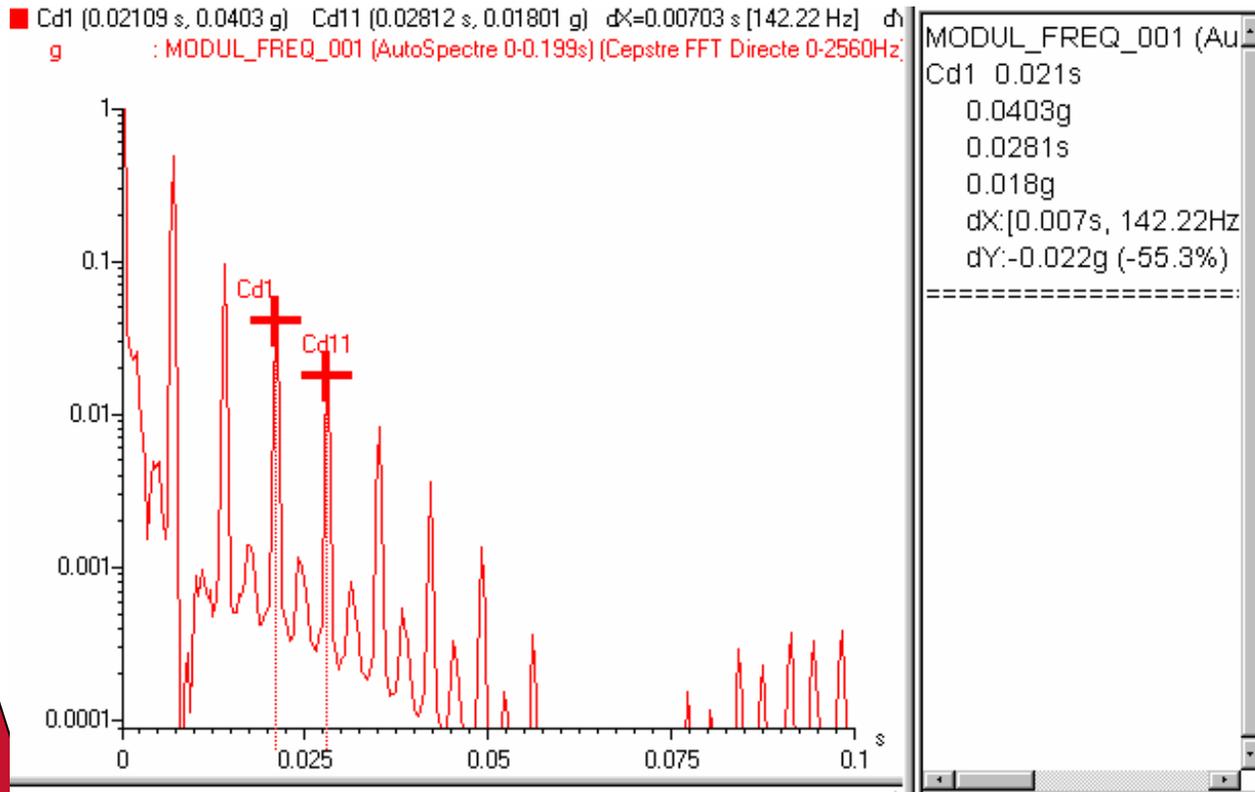
Spectre d'une modulation de fréquence :

$$F_0 = 1280 \text{ Hz}$$

$$F_1 = 142.22 \text{ Hz}$$

Le Cepstre

► Principe

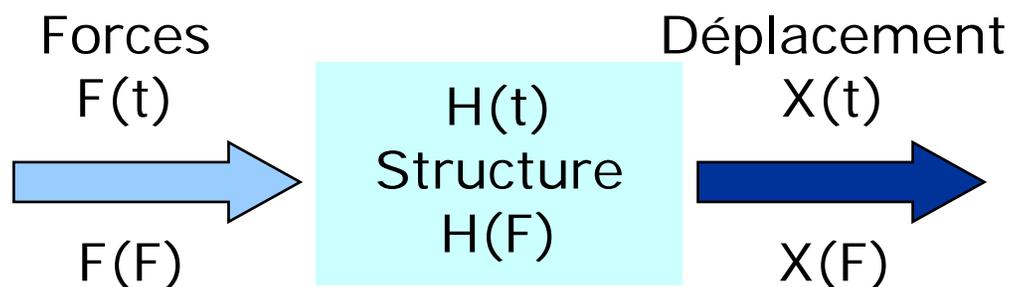


Cepstre d'une modulation de fréquence :

$$d\tau = 1/F_1 = 0.007s$$

Le Cepstre

► Utilisation



$$X(F) = H(F) \cdot F(F) \quad \Rightarrow \quad \text{Log}[X(F)] = \text{Log}[H(F)] + \text{Log}[F(F)]$$

$$\text{TF}^{-1}\{2 \cdot \text{Log}[X(F)]\} = \text{TF}^{-1}\{2 \cdot \text{Log}[H(F)]\} + \text{TF}^{-1}\{2 \cdot \text{Log}[F(F)]\}$$

$$\Rightarrow \text{Ce}_X(\tau) = \text{Ce}_H(\tau) + \text{Ce}_F(\tau)$$

Le Cepstre

► Utilisation

Le Cepstre de la réponse de la structure est donc la somme du Cepstre du signal d'entrée et du Cepstre de la fonction de transfert. Si les domaines de fréquences sont disjoints, les composantes du signal d'entrée sont faciles à identifier dans le Cepstre et leurs amplitudes sont indépendantes des conditions de mesurage :

- ◆ Direction de mesure
- ◆ Montage du capteur, ..

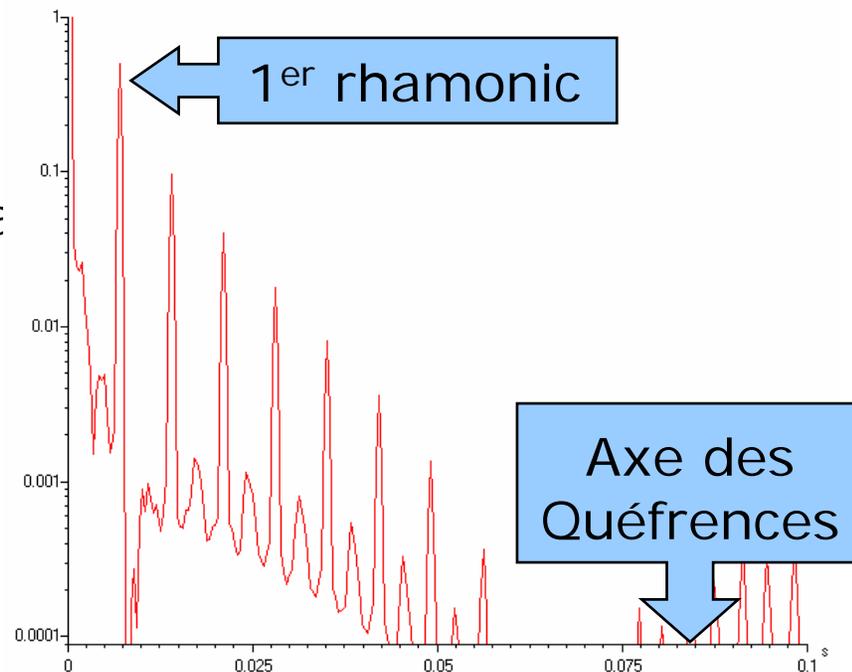
Leurs évolutions peuvent traduire l'apparition d'un défaut à un stade précoce.

Le Cepstre

► Terminologie

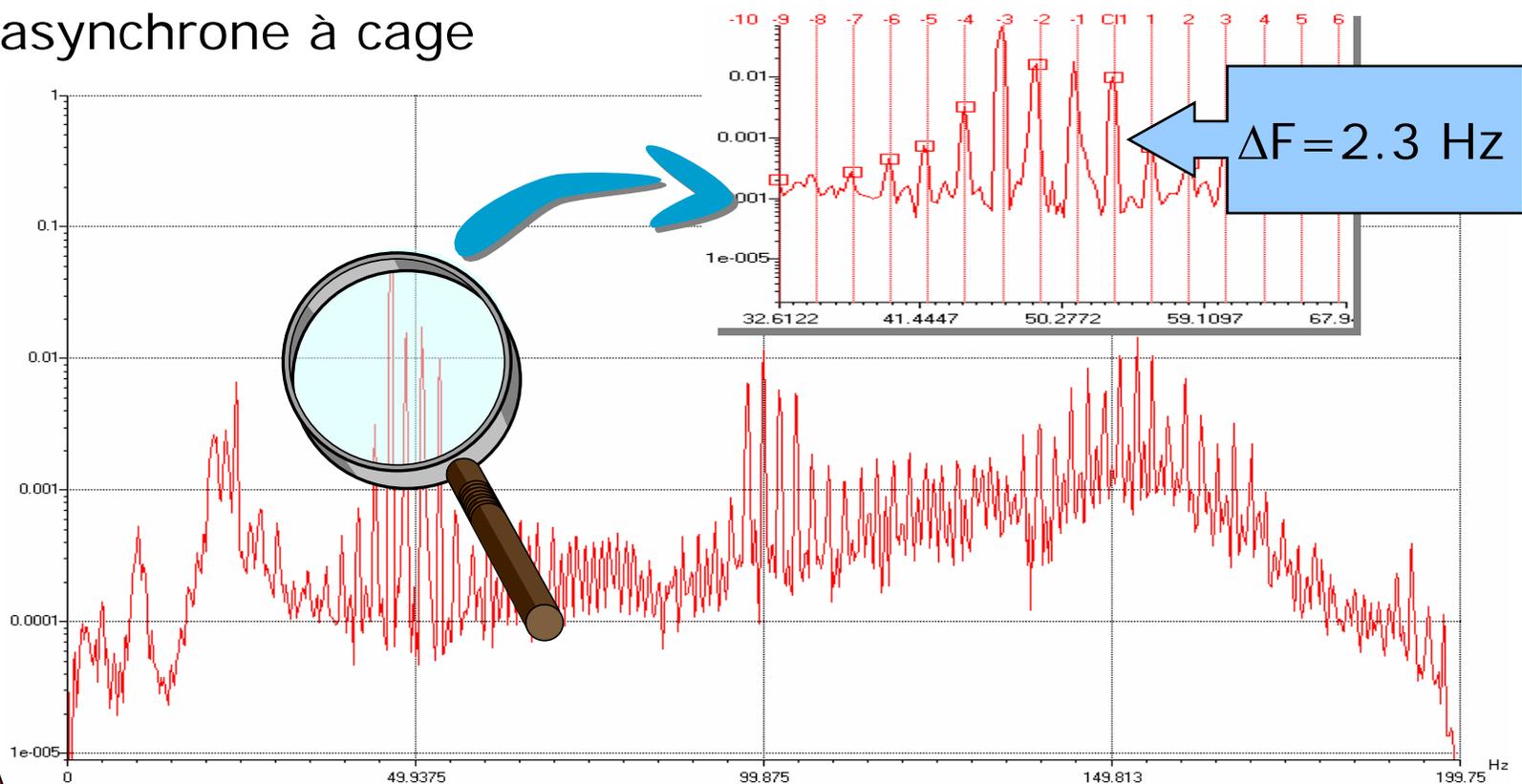
La terminologie particulière relative au cepstre n'est pas normalisée mais son utilisation est d'un usage courant. Afin de distinguer la représentation cepstrale de la représentation spectrale, on utilise les termes dérivés suivants :

- Quéfrencé (homogène à un temps)
- Rahmonique
- Liftrage



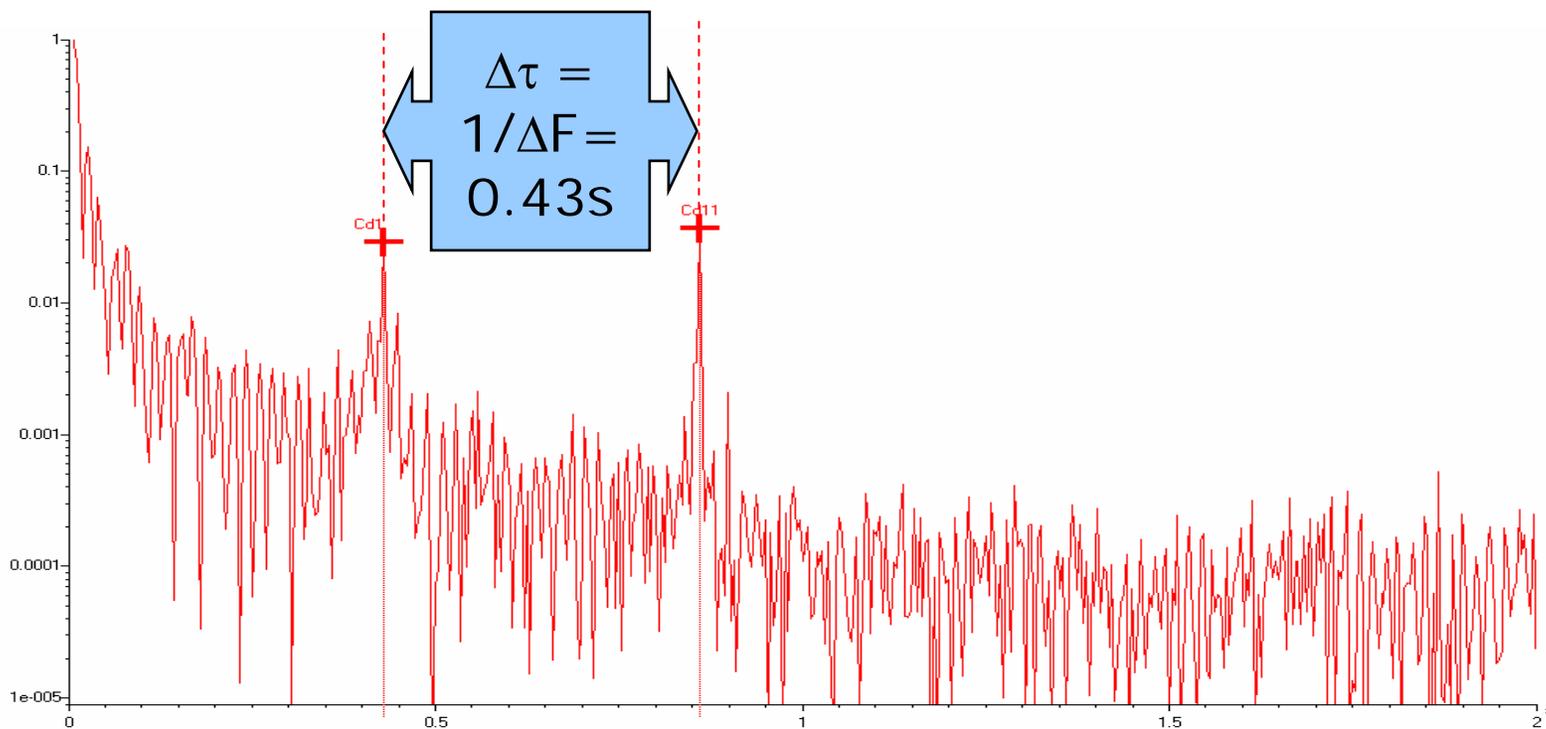
Le Cepstre

- ▶ Exemple d'utilisation : Défaut rotorique sur moteur asynchrone à cage



Le Cepstre

- ▶ Exemple d'utilisation : Défaut rotorique sur moteur asynchrone à cage



Le Kurtosis

► Définitions : Variable aléatoire

Une **variable aléatoire** est une grandeur réelle dont la valeur dépend du hasard. Elle peut être caractérisée par une loi de probabilité qui définit la probabilité que la variable prenne ses différentes valeurs possibles.

- ◆ Une variable aléatoire est dite **continue** lorsqu'elle peut prendre n'importe quelle valeur dans un intervalle donné.
- ◆ Une variable aléatoire est dite **discrète** lorsqu'elle ne peut prendre qu'un nombre fini de valeurs distinctes (cas des signaux échantillonnés).

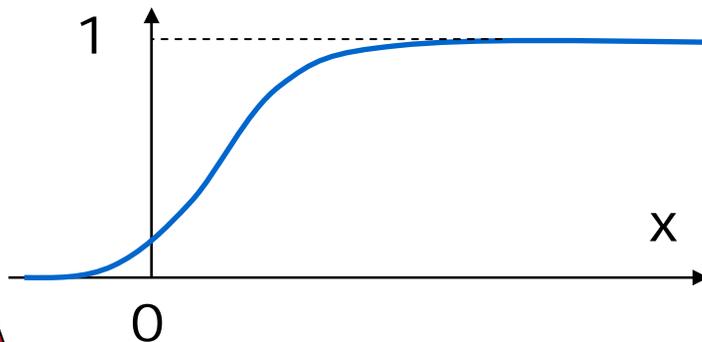
La loi de probabilité peut être décrite de plusieurs manières :

Le Kurtosis

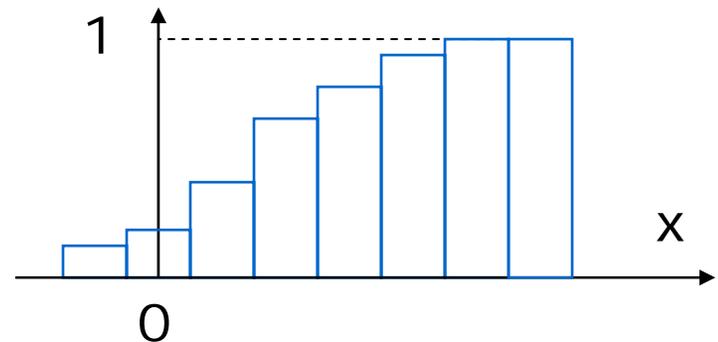
- Définition : Fonction de répartition d'une variable aléatoire
 La **fonction de répartition** d'une variable aléatoire X exprime la probabilité que la variable X prenne une valeur inférieure à une valeur x donnée au cours de N réalisations :

$$F(x) = \text{Prob}[X \leq x]$$

Variable aléatoire continue



Variable aléatoire discrète



Le Kurtosis

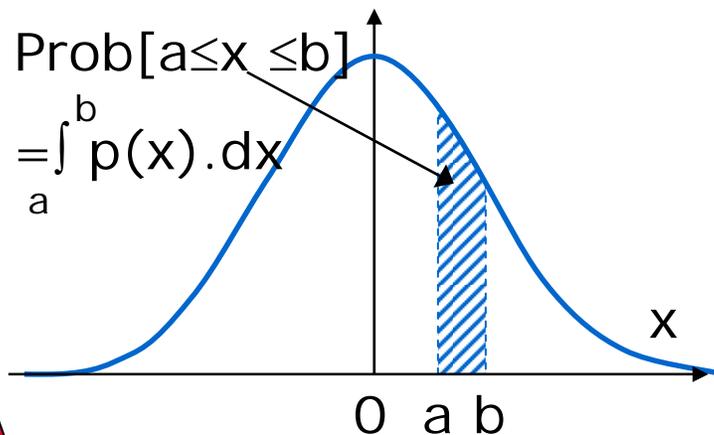
- Définition : Densité de probabilité d'une variable aléatoire
La **densité de probabilité** est par définition la dérivée de la fonction de répartition :

$$p(x) = dF(x)/dx$$

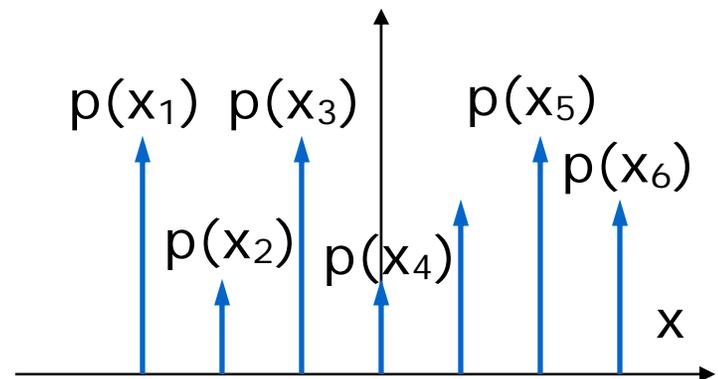
d'où

$$\int_{-\infty}^{+\infty} p(x) \cdot dx = F(\infty) = 1$$

Variable aléatoire continue

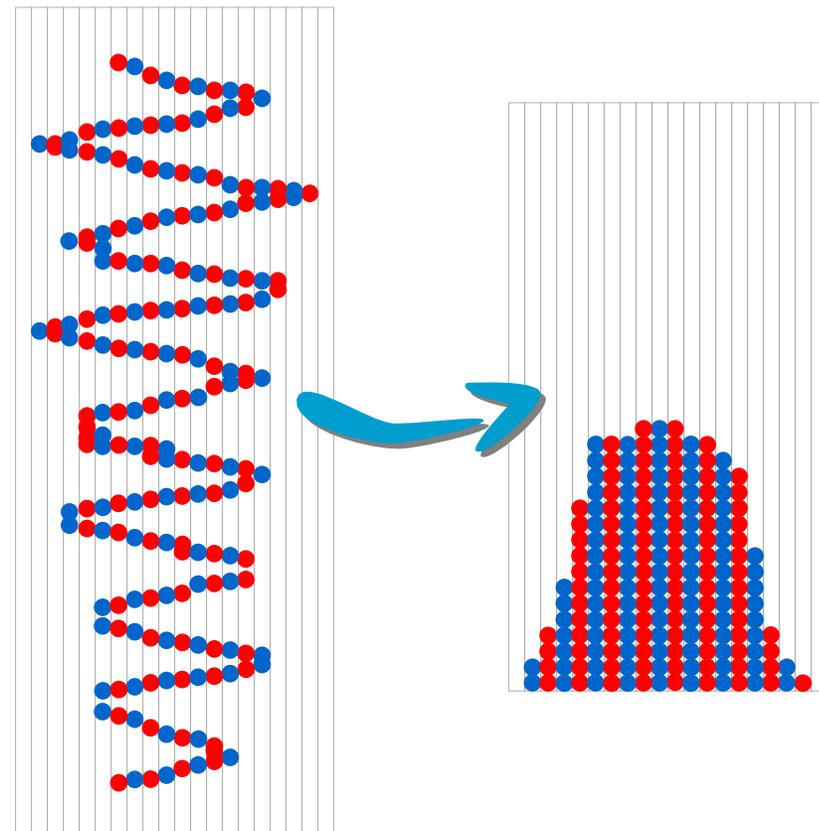
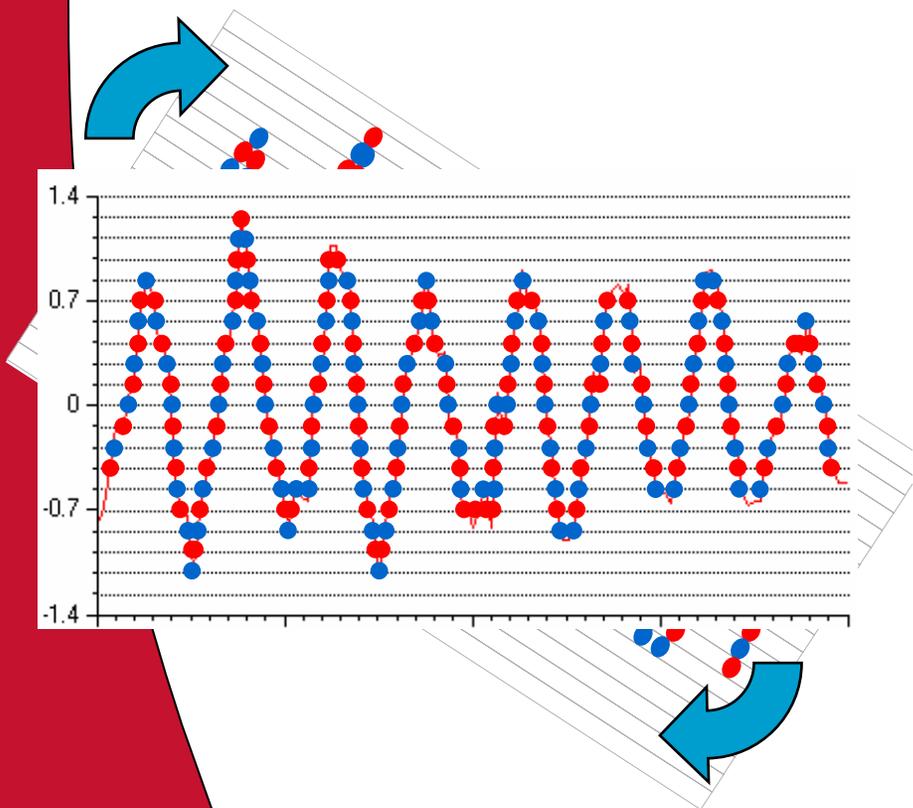


Variable aléatoire discrète



Le Kurtosis

► Illustration de la densité de probabilité : Histogramme



Le Kurtosis

- ▶ Espérance mathématique d'une variable aléatoire

L'espérance mathématique ou moyenne sur échantillons d'une variable aléatoire X est définie par :

Variable aléatoire continue

$$E(X) = \bar{x} = \int_{-\infty}^{+\infty} x \cdot p(x) \cdot dx$$

Variable aléatoire discrète

$$E(X) = \bar{x} = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^{k=N} x_k$$

On définit alors souvent la **variable centrée** associée à la variable aléatoire par soustraction de la valeur moyenne :

$$\tilde{x} = (x - \bar{x})$$

La variable aléatoire centrée à une moyenne nulle :

$$E(\tilde{x}) = 0$$

Le Kurtosis

► Variance d'une variable aléatoire

La **variance** d'une variable aléatoire X est définie comme le moment centré d'ordre 2 de la variable aléatoire :

Variable aléatoire continue

$$\sigma^2 = \int_{-\infty}^{+\infty} (x - \bar{x})^2 \cdot p(x) \cdot dx$$

Variable aléatoire discrète

$$\sigma^2 = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^{k=N} (x_k - \bar{x})^2$$

Le Kurtosis

► Moments d'une variable aléatoire

Les **moments** d'une variable aléatoire X sont définis comme les espérances mathématiques des différentes puissances de cette variable :

- Moment d'ordre 1

$$M_1 = \int_{-\infty}^{+\infty} (x - \bar{x}) \cdot p(x) \cdot dx$$

- Moment d'ordre 2 ou **variance**

$$M_2 = \int_{-\infty}^{+\infty} (x - \bar{x})^2 \cdot p(x) \cdot dx = \sigma^2$$

σ est appelé **écart type** de la variable aléatoire

Le Kurtosis

► Variable aléatoire Gaussienne

Une variable aléatoire est **Gaussienne** ou **Normale** si sa densité de probabilité peut être écrite sous la forme :

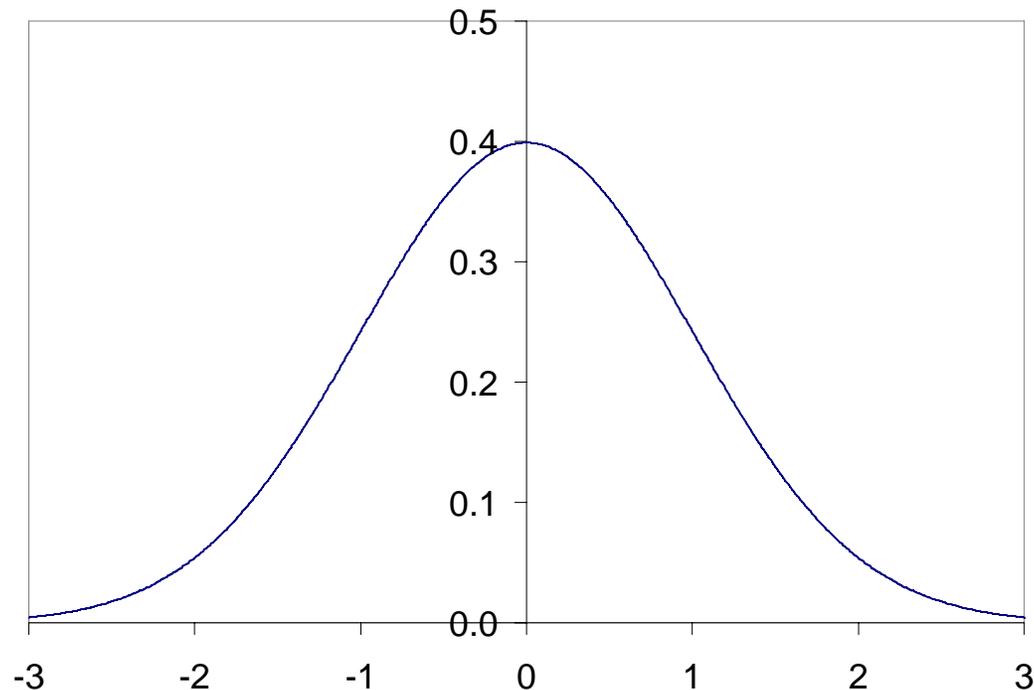
$$p(x) = \frac{1}{\sigma \cdot \sqrt{2} \cdot \sqrt{\pi}} \cdot e^{-\frac{(x - \bar{x})^2}{2 \cdot \sigma^2}}$$

Une distribution Gaussienne est caractérisée entièrement par son espérance $E(x)$ et sa variance σ .

Le Kurtosis

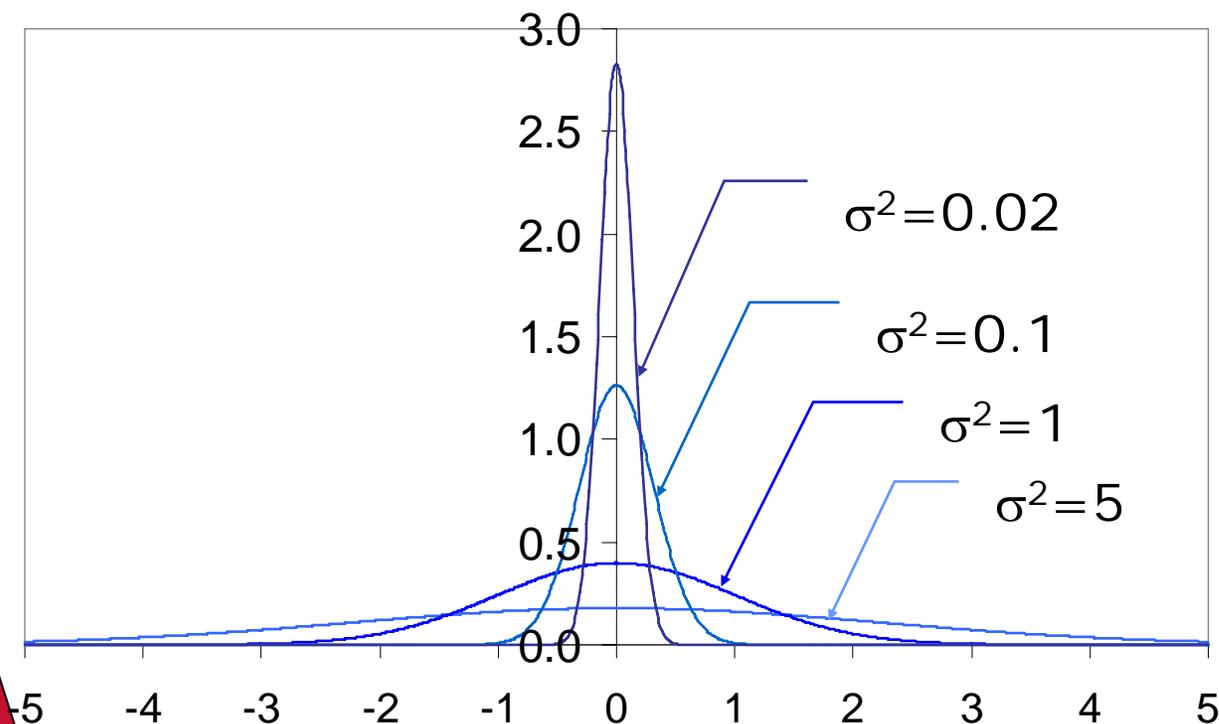
► Variable aléatoire Gaussienne unitaire

Lorsque $E(x)=0$ et $\sigma=1$, la variable aléatoire est dite **Gaussienne unitaire** et sa densité de probabilité est la suivante :



Le Kurtosis

► Influence de l'écart type



Pour la loi Gaussienne, l'écart-type caractérise la largeur de la courbe de Gauss, et donc la dispersion des valeurs autour de la valeur moyenne.

Le Kurtosis

► Définition du Kurtosis

Le Kurtosis est défini comme le moment centré d'ordre 4 de de la variable aléatoire :

Variable aléatoire continue

$$K = \frac{1}{\sigma^4} \int_{-\infty}^{+\infty} (x - \bar{x})^4 \cdot p(x) \cdot dx$$

Le Kurtosis caractérise l'**écrasement** de la courbe de densité de probabilité.

Variable aléatoire discrète

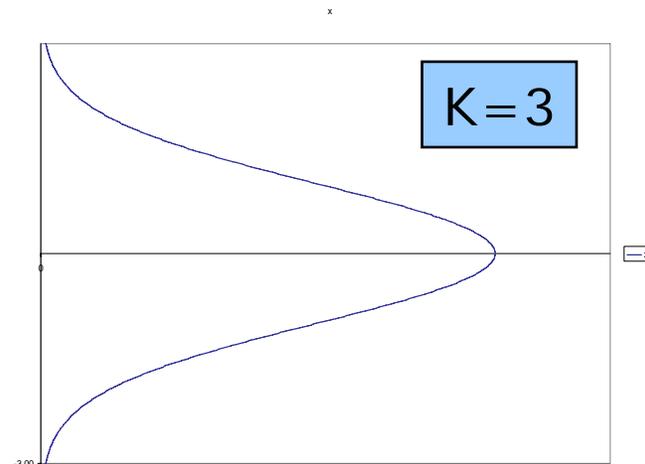
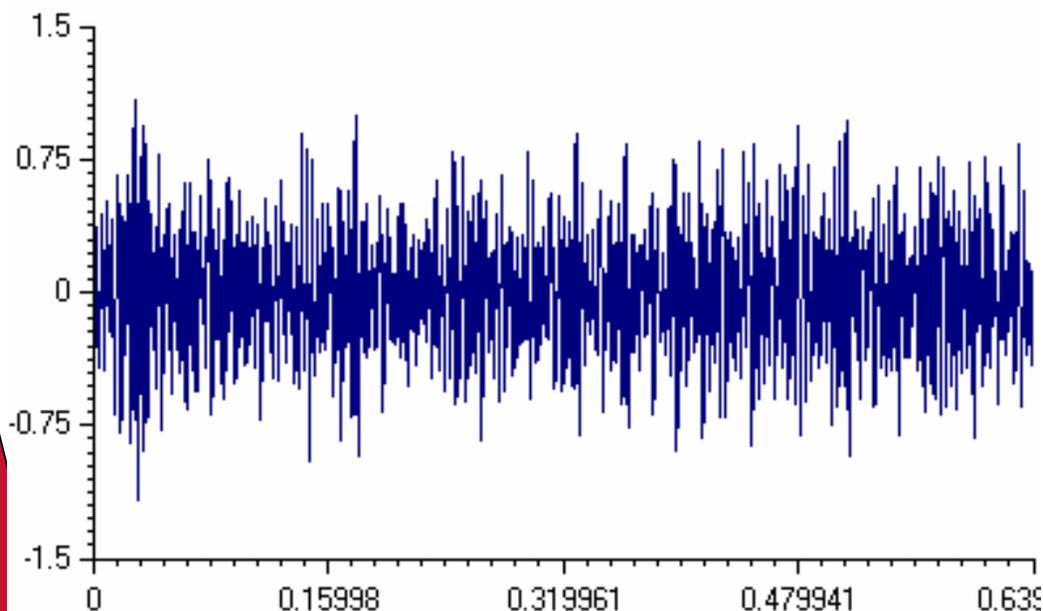
$$K = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^{k=N} \frac{(x_k - \bar{x})^4}{\sigma^4}$$

- Carré $\Rightarrow K=1$
- Sinus $\Rightarrow K=1.5$
- Triangle $\Rightarrow K=1.75$
- Gaussienne $\Rightarrow K=3$

Le Kurtosis

► Utilisation du Kurtosis

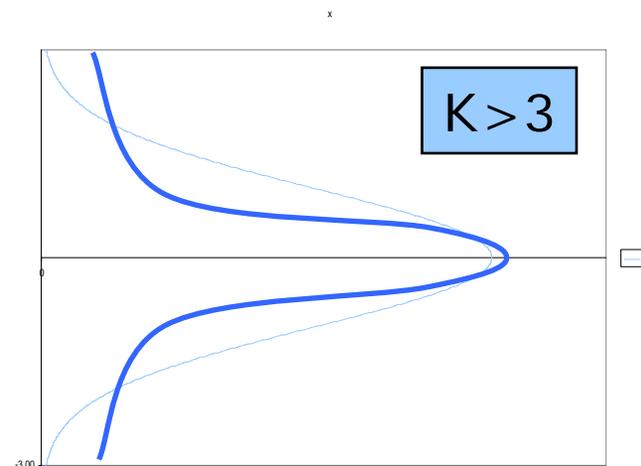
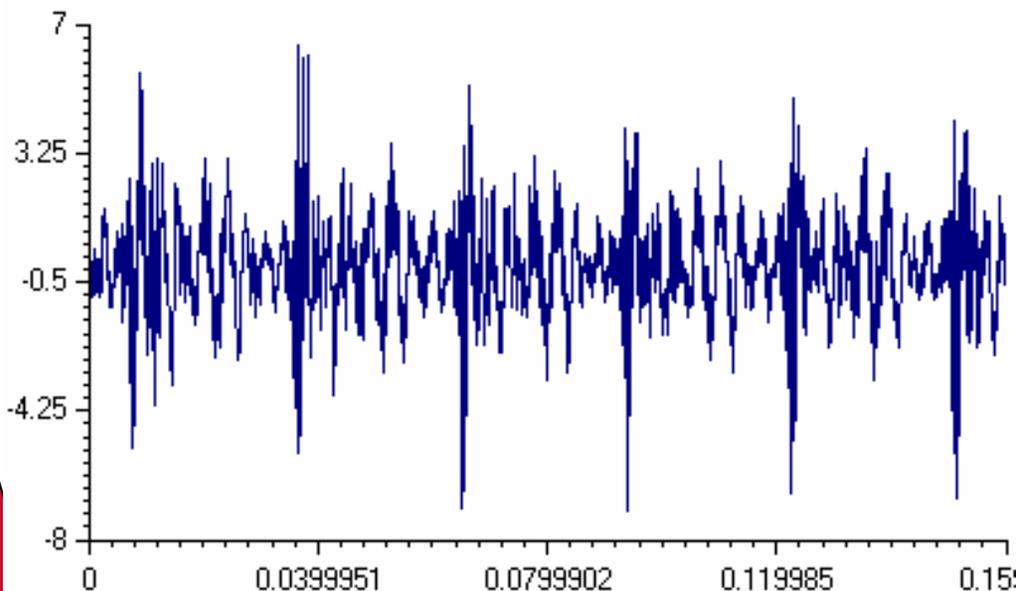
La distribution statistique de l'amplitude du bruit produit par un roulement en bon état obéit à une loi Gaussienne.



Le Kurtosis

► Utilisation du Kurtosis

Les chocs générés par la dégradation du roulement modifient l'allure de la courbe de densité de probabilité de l'amplitude.

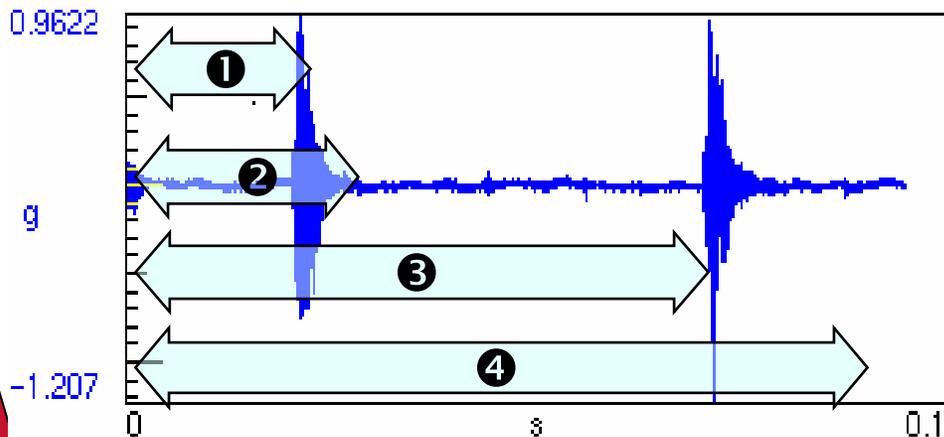


Le Kurtosis

► Utilisation du Kurtosis

Le Kurtosis est assimilable à un facteur de forme dont la valeur dépend peu de l'amplitude du signal.

◆ Exemple de calcul du Kurtosis dans une fenêtre glissante :

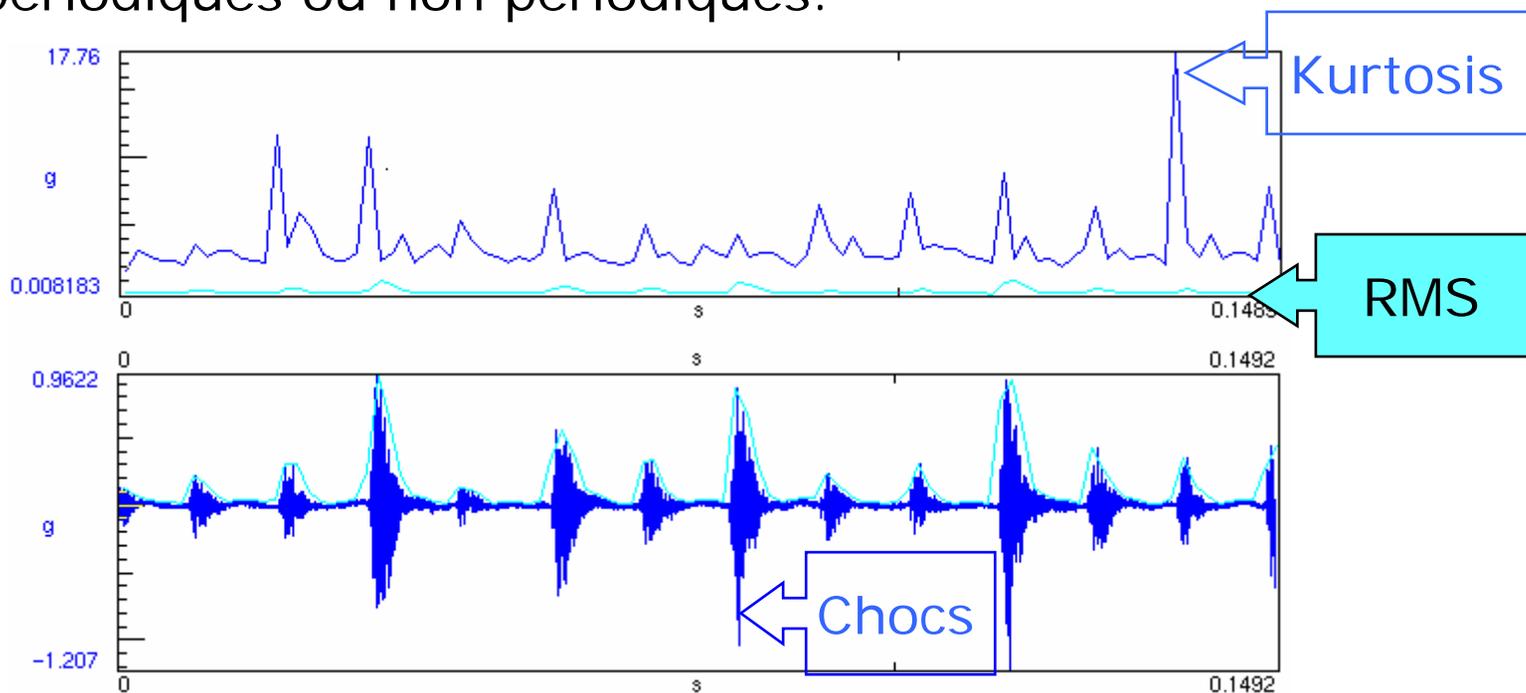


<i>Durée</i>	<i>RMS</i>	<i>K</i>
①	15 mg	2.3
②	120mg	24
③	74 mg	62
④	102 mg	39

Le Kurtosis

► Utilisation du Kurtosis

Le Kurtosis présente une grande sensibilité aux chocs, périodiques ou non périodiques.



Le Kurtosis

► Utilisation du Kurtosis

Le Kurtosis présente les inconvénients suivants :

◆ Définition des paramètres

Le Kurtosis est calculé après filtrage : La bande de fréquences choisie doit coïncider avec une résonance de structure afin d'optimiser la sensibilité de l'indicateur.

◆ Evolution de l'indicateur

Comme le facteur de crête, le Kurtosis décroît lorsque les défauts se développent : Il reprend une valeur proche de 3 au voisinage de la destruction du roulement. Il est recommandé de lui associer un suivi de l'évolution de la valeur RMS du signal.